Московский государственный университет
приборостроения и информатики

Ляпин Дмитрий Сергеевич

ПРОГРАММНО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМНЫХ СВЯЗЕЙ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ИНТЕРВАЛЬНЫХ ДАННЫХ

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации
(в промышленности)

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
кандидат технических наук,
доцент
Никульчев Е.В.

Москва
2006

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Исследование и установление системных связей и закономерностей является одной из основных задач системного анализа. Разнообразие прикладных аспектов и особенностей определяет различные подходы к ее решению. Одной из актуальных для промышленности задач является моделирование системных связей в статических системах на основании измерений в условиях интервальной неопределенности. Интервальный характер данных определяется невозможностью точного измерения параметров и заданных в виде диапазонов значений ряда характеристик, таких, например, как характеристики качества, определяемых нормативной документацией.

Во многих случаях для установления зависимостей между параметрами функционирующих объектов используют классические методы построения регрессионных моделей. Однако при их использовании часто нет возможности проверки статистических гипотез о виде распределения случайных величин, и пр. Хотя статистические методы оперируют доверительными интервалами, их значения зависят от объема выборки [97-102]. Следовательно, для построения зависимостей, определяющих системные связи в условиях интервальной неопределенности, требуется использование специальных математических аппаратов, в которых диапазоны измеренных значений являются частью модели и не требуют проверки статистических гипотез. При этом выявленные системные связи могут быть использованы для управления, повышения качества систем в условиях интервальной неопределенности в измеряемых параметрах [80-85].

Таким образом, для создания средств моделирования системных связей можно использовать два подхода: первый заключается в использовании методов интервального анализа, второй — в использовании нейросетевых технологий.

Анализ работ по практическому использованию интервального анализа показывает целесообразность его использования для изучения взаимосвязей между измеряемыми параметрами. Однако не решалась задача разработки методик построения многомерных интервальных моделей на основе кластеризации данных и разработки средств, ориентированных на интеграцию с существующими промышленными программными комплексами сбора и анализа информации.

Использование нейросетевых технологий предоставляет мощные средства для решения задач аппроксимации. Однако, при их использовании необходимо решение задач настройки и обучения нейронной сети, что требует разработки рекомендаций для каждой конкретной задачи. Вместе с тем, в настоящее время использование построенных нейросетевых моделей для решения широкого круга задач управления и оценки качества промышленных систем ограничено.

В настоящей работе интерес представляет исследование системных связей в измеряемой числовой информации хранящейся в интегрированной информационной системе управления данными предприятия ИИС, созданной в соответствии с CALS-технологиями. Эти исследования необходимы для установления зависимостей между заданными характеристиками изделий и их измеряемыми параметрами.

Основными особенностями измеряемой технологической информации является: большое количество характеристик экземпляров изделий, технологических процессов их изготовления, ресурсов участвующих в производстве, большие объемы выборки (или наоборот слишком малое число измерений), сложная структура взаимодействия характеристик, ошибки измерений, погрешность измерений, отклонения значений характеристик от эталонных.

При исследовании системных связей в измеряемой информации, хранящейся в ИИС, возникает ряд преимуществ использования концепции CALS-технологий по отношению к классически методикам анализа измеряемой информации такого рода на машиностроительных предприятиях:

1. Исследование производится по информационным объектам в строго структурированном виде, при этом нет необходимости долгих часов

выписывания характеристик изделий из бумажных паспортов, составления огромных таблиц для анализа. Уменьшается риск использования ошибочной информации.

2. Доступность информации в ИИС, автоматический поиск нужной информации системой, нет нужды в кропотливой работе с заводскими архивам.
3. Возможность построения интегрированного приложения для обработки измеряемой информации, при этом приложение позволяет без особой подготовки решать трудные задачи по извлечению и математической обработки данных
4. Возможность применения для обработки современных математических пакетов, при этом повышается эффективность алгоритмов построения математических моделей.
5. Возможность внедрения современных методов и методик анализа, всегда можно внедрить новый метод по обработке данных
6. Возможность расширения функциональности и полезности приложения.

Таким образом, разработка методик моделирования системных связей в условиях интервальной неопределенности в данных и создание программных средств, ориентированных на интеграцию в промышленные программные комплексы, является актуальной задачей.

Целью диссертации является разработка методик, алгоритмов и программных средств моделирования системных связей на основе измерений и анализа интервальных данных.

Для достижения цели диссертационной работы были поставлены следующие *задачи*:

- провести обзор методов анализа измеряемой информации и обосновать выбор методов для разработки средств анализа;
- разработать методики выявления структуры объекта, позволяющей определять системные связи в измеряемой информации и получать

комплексную математическую модель, необходимую для задач промышленности;

- разработать методики и алгоритмы, позволяющие проводить обработку измеряемых данных;
- выбрать способы идентификации интервальных статических безинерционных систем;
- разработать программное приложение, способное интегрироваться в существующие системы управления данными об изделиях на машиностроительных предприятиях;
- провести анализ внедрения и сравнить методы выявления системных связей на конкретной задаче промышленного предприятия.

Методы исследования.

В работе применялись методы системного анализа, кластерного анализа, идентификации статических систем, интервального анализа, нейросетевой аппроксимации, численные методы решения экстремальных задач и линейной алгебры, методы интегрированной информационной поддержки жизненного цикла продукции.

Новые научные результаты.

Научная новизна полученных в работе результатов заключается в следующем.

1. Разработан алгоритм кластеризации измеряемой технологической информации при интервальной неопределенности в данных, позволяющий получать многомерные интервальные модели.
2. Разработана методика выявления системных связей, на основе получения интервальных линейных моделей измеряемых параметров и заданных характеристик с использованием методов идентификации статических систем, предложенных С. П. Шарым и В. В. Шайдуровым.
3. Разработана методика настройки параметров нейронных сетей для задач моделирования системных связей в интервальных данных.

4. Разработан комплекс программно-математических средств моделирования системных связей, на основе предложенных методик анализа интервальных данных.

Практическая ценность работы состоит в разработке комплекса проблемно-ориентированных программных средств, обеспечивающего информационную поддержку решения задач моделирования системных связей по измеряемым данным с применением современных методов CALS-технологий.

Разработано приложение для предприятий авиационной промышленности, позволяющее строить интервальные модели на основе измеряемой информации, хранящейся в интегрированной информационной системе управления данными об изделии с целью установления системных связей между параметрами изделий и характеристиками качества.

Реализация и внедрение результатов работы.

Разработанный комплекс методик и алгоритмов был внедрен для проведения исследований в системе управления данными об изделиях в НПП “Аэросила” (г. Ступино) и используется в учебном процессе МГУПИ.

Апробация работы.

Результаты исследований докладывались и обсуждались на четырех международных конференциях: 5-й Международной конференции-форуме «Применение ИПИ(CALS)-технологий для повышения качества и конкурентоспособности наукоемкой продукции» (г. Королев, 2003); 6-й Международной научно-практической конференции «Применение ИПИ (CALS)-технологий для повышения качества и конкурентоспособности наукоемкой продукции» (г. Москва, 2004); Международной научно-технической конференции «Проблемы автоматизации и управления в технических системах» (г. Пенза, 2004); 6-й международной научно-технической конференции «Авиакосмические технологии» (г. Воронеж, 2005), а также на регулярном семинаре под рук. д. т. н. М. В. Ульянова (г. Москва, МГУПИ, 2005).

Структура диссертации.

В *главе 1* проведен обзор и анализ подходов к исследованию статических систем, заданных интервальными параметрами, обоснованно выбраны модели и уточнены задачи исследования.

Первый из них это *статистика интервальных данных* (СИД). В этом направление неопределенность только статистическая. Подход СИД оправдывается распространенностью статистических методов. Изложены методы кластеризации и получения регрессионных моделей в контексте этого научного направления. Вторая часть главы посвящена анализу измеряемой технологической информации в рамках *интервального анализа*. При этом рассматриваются основные положения интервальной математики, методы получения интервальных моделей. Диссертационная работа выдержанна именно в этом научном направление. В заключение главы ставятся задачи исследования и разработки интервальных методик анализа измерительной технологической информации.

Глава 2 посвящена разработке методики моделирования системных связей на основе измеряемых параметров систем, с целью получения многомерных интервальных моделей для различных задач предприятия.

Подобрана цепочка математических методов и алгоритмов, позволяющая провести весь комплекс работ по подготовке измеряемых данных об изделии к анализу и построению интервальных линейных моделей.

Предложены меры сходства между интервальными векторами, на основе которых строятся их матрицы взаимных связей. Это в свою очередь позволяет использовать классические методы кластеризации интервальной информации с целью получения зависимых интервальных подсистем.

Предлагается способ получения интервальных линейных моделей измеряемых параметров изделий на основе современного подхода идентификации интервальных статических безинерционных систем разработанного С.П. Шарым.

Предлагается методика настройки параметров нейронных сетей для задач моделирования системных связей в интервальных данных.

Глава 3 посвящена разработке проблемно-ориентированного программного обеспечения для интервального анализа измеряемых параметров, обеспечивающего возможность интегрироваться в существующие системы управления данными об изделиях.

Сформулированы требования к программному обеспечению. Разработана функциональная модель предметной области "Анализ измеряемой информации" в нотации методология структурного анализа и проектирования информационных систем IDEF0. На основании функциональной модели были выдвинуты требования к программному обеспечению.

Проведен анализ существующих в промышленности систем по управлению данными об изделиях. В интегрированных информационных системах (ИИС) предприятий, созданных в соответствии с концепцией CALS-технологий, хранится информация об изделие, заносимая на всех стадиях его жизненного цикла. Первичные данные заносятся на этапе проектирования, конструктор определяет характеристики надежности и контролируемые параметры в процессе производства и т. д. Поэтому разработана методика интеграции с общей системой управления данными об изделиях, которая позволяет эффективно использовать накопленную измеряемую информацию для анализа.

Разработаны механизмы взаимодействия приложения с интегрированными системами управления качества, проведен обоснованный выбор систем программирование и математических пакетов анализа информации. Приведены примеры работы приложения на тестовых данных.

Разработаны принципы построения программного приложения, реализующего математические средства определения в измеряемых параметрах. Проведенные исследования направлены на возможность интегрирования приложения в существующие системы управления данными об изделиях предприятий.

В *Главе 4* проведен анализ результатов внедрения разработанного проблемно-ориентированного программного обеспечения в интегрированную систему управления качеством в предприятии авиастроительной отрасли ОАО «Научно-производственное предприятие «Аэросила».

Апробация разработанных методов производилась по управлению качеством изготовления лопастей ЛБВ1.030.000.000. Исходными данными для оценки качества являлись измерение 24 лопастей по 13 выходным параметрам.

Изложено применение методов оценки меры сходства как расстояния между интервальными векторами.

На основе полученных зависимостей существующей на предприятии системы управления качеством, экспертной системой были определены рекомендации по управлению качеством изготовления лопастей и разработаны рекомендации по обеспечению задач оценки качества изделий.

Проведено сравнение результатов, получаемых с помощью разработанных методик исследования системных связей в интервальных данных с результатами анализа точечных данных.

В *Заключении* приведены основные выводы и результаты работы.

1. ОБЗОР И АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ СТАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ЗАДАННЫХ ИЗМЕРЯЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

1.1. Применение математических и информационных методов для анализа измеряемых данных

Большую роль в развитии полноценной жизни человека в современных условиях представляет использование математических и информационных методов анализа сложных технических объектов. Поэтому на первый план выдвигаются задачи разработки методов исследования системных связей и закономерностей функционирования таких систем с целью повышения эффективности управления ими с использованием современных методов и средств обработки информации.

Привлечение различных математических методов обработки информации связано со значительными трудностями, большим объемом информации, сложностью вычислительных процессов. Получение набора параметров для исследований зависит от проведения большого количества опытов, так называемого активного эксперимента, что довольно трудно организовать. Эти методы удобны в стенах лаборатории, однако, в большинстве случаев непригодны для исследований сложных объектов, таких как производство изделий авиастроения, приборостроения, электронной техники или в таких видах практической деятельности человека как медицина, экономика и тому подобное.

Сегодня в дополнение широко используемым и хорошо изученным методам активного эксперимента приходят новые методы обработки, использующие накапливаемые измеряемые показатели. Цель таких методов наблюдение и фиксация измеряемых (интервальных) или качественных значений параметров (факторов) и целевой функции при естественном ходе исследуемого процесса без вмешательства экспериментатора. Это позволяет сократить затраты на проведение научных экспериментов, а также проводить исследования в таких областях, где экспериментирование крайне затруднено или вообще невозможно.

Данные в технических системах представляют измеряемые характеристики изделий, процессов их производства и эксплуатации, материалов и оборудования, участвующих в производстве. Эта информация представляет собой не просто числа a,b,c..., а интервалы [a,b], [a,c]…, например характеристика “увод лопасти” [121,5-0,5;121,5+0,5].

Однако на сегодняшний день полноценная измеряемая (интервальная) информация мало используется как для моделирования, так и для управления сложными техническими системами. В большинстве случаев происходит подмена данных интервальных по своей природе некоторыми численными значениями из интервалов. Широко распространенные методы обработки такой информации придерживаются стохастической парадигмы неопределенности. Это позволяет в терминах случайности моделировать многие аспекты интервальной неопределенности. Правильность использование аппарата теории вероятности и математической статистики в этой ситуации часто не обоснована, что приводит в свою очередь к серьезным затруднениям, а иногда и просто к заблуждениям в анализе данных.

Современная теория вероятности не может ответить на вопрос к каким явлениям стохастическая модель соответствует полностью, каким меньше, а к каким вообще не подходит. Как известно, область применения аппарата теории вероятности и математической статистики ограничена непредсказуемыми явлениями, для которых присуща массовость, повторяемость, и статистическая устойчивость (статистическая однородность). При этом появление статистической устойчивости в данных редкий случай. Да и ее проверки трудны и всегда неполны.

Хотя методы теория вероятности и математической статистики являются удобными инструментами для описания ситуаций с большой степенью неопределенности, однако нет априорных математических оснований полагать, что механизм, порождающий эту неопределенность, по своей природе стохастичен.

Поэтому интервальную неопределенность в измеряемых данных нужно рассматривать в различных аспектах организации сложных систем. Где детерминизм это фундаментальное качество системы, а стохастичность – фундаментальное качество системы на уровне ее элементарного строения. Соответственно и методы анализа интервальной по своей природе технологической информации должны основываться на этом подходе. В этом случае наиболее целесообразным для изучения сложных технических систем с измеряемыми параметрами является использование методов интервального анализа.

1.2. Интервальный анализ

Интервальный анализ это научное направление тесно объединяющие такие области знаний как информатика и математика. Предметом интервального анализа является решение задач с интервальными (ограниченными) неопределенностями и неоднозначностями в данных на входе, выходе, либо на промежуточных стадиях. Особенностью интервального анализа является рассмотрение множеств интервальных неопределенностей как самостоятельных целостных объектов, посредством установления между ними арифметических, аналитических и т.п. операций и отношений.[1]

Интервальный анализ и интервальные методы первоначально возникли как средство автоматического учета ошибок на ЭВМ с конечной точностью представления чисел. На протяжении ряда лет это направление в развитии интервального анализа было доминирующим.[2,3,4]

Однако идеи, положенные в основу нового научного направления, оказались гораздо шире “округленческих ” приложений. Выяснилось, что интервальные подходы и модели получают широкое применение в таких областях науки как теория автоматического управления, исследование операций, теория принятия решений, теории идентификации и оценивания параметров и ряде смежных дисциплин. В этих дисциплинах возникают ситуации, когда нет основания или недостаточно информации, чтобы рассматривать факторы как случайные. Это приводит к необходимости анализа неопределенности нестатической природы [5]. Здесь класс неопределенностей или факторы описывается с помощью интервалов. В настоящей работе как раз и рассматривается технические системы с интервальными факторами (параметрами или характеристиками). Целесообразно начать работу с рассмотрения основ интервальной арифметики [2,6,7]

1.3. Интервальная арифметика

Интервальная арифметика является алгебраической системой $\langle IR,+,-,\cdot,/\rangle$, носитель которой – множество всех вещественных интервалов $\boldsymbol{x}=[\underline{x},\overline{x}]=\{x\in R \mid \underline{x}\le x\le \overline{x}\}$, где $\boldsymbol{x}=[\underline{x},\overline{x}]$ – интервальное число, представляющие собой вещественный отрезок $\underline{x}\le \overline{x}$. Бинарные операции – сложение, вычитание, умножение и деление определены «по представителям», т.е. в соответствии со следующим фундаментальным принципом:

$$\boldsymbol{x} * \boldsymbol{y}=\{x * y \mid x\in \boldsymbol{x},\, y\in \boldsymbol{y}\} \qquad (1.1)$$

для всех интервалов $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$, таких что выполнение точечной операции $x * y$, где $*\in\{+,-,\cdot,/\}$, имеет смысл для любых $x\in \boldsymbol{x},\, y\in \boldsymbol{y}$ [1,2,3,6,7]. Развернутое определение интервальных арифметических операций таково:

$$\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}=[\,\underline{x}+\underline{y},\overline{x}+\overline{y}], \qquad (1.2)$$

$$\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}=[\,\underline{x}-\overline{y},\overline{x}-\underline{y}], \qquad (1.3)$$

$$\boldsymbol{x}\cdot \boldsymbol{y}=[\min\{\underline{x}\underline{y},\underline{x}\overline{y},\overline{x}\underline{y},\overline{x}\overline{y}\},\max\{\underline{x}\underline{y},\underline{x}\overline{y},\overline{x}\underline{y},\overline{x}\overline{y}\}] \qquad (1.4)$$

$$\boldsymbol{x}/\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}\cdot[1/\overline{y},1/\underline{y}] \qquad \text{для } 0\notin \boldsymbol{y} \qquad (1.5)$$

При этом вещественные числа a отождествляются с интервалами нулевой ширины $[a, a]$, а через - $\boldsymbol{a}$ обозначается интервал $(-1)\cdot\ \boldsymbol{a}$.

В работе используются принципы классической интервальной арифметики, а так же алгебра интервальных матриц и векторов, рассмотрим основные операции над ними.

1.3.1 Интервальные векторы и матрицы

Операции над векторами и матрицами в интервальной арифметике IR определяются следующим образом (см. [2, 4]),

Сумма (разность) двух интервальных матриц одинакового размера есть интервальная матрица того же размера, образованная поэлементными суммами (разностями) операндов. Если $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}_{Jj} \in IR^{m\times l})$ и $\boldsymbol{Y} = (\boldsymbol{y}_{ij})\ \in IR^{m\times l}$, то произведение матриц $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ есть матрица $\boldsymbol{Z} = (\boldsymbol{z}_{ij}) \in IR^{m\times n}$, такая что

$$\boldsymbol{z}_{ij} = \sum_{k=1}^{l} \boldsymbol{x}_{ik}\boldsymbol{y}_{kj}. \qquad (1.5)$$

Аналогично, в покомпонентном смысле будет пониматься отношение "$\leq$" между интервальными векторами.

Расстояние – dist $(\cdot,\cdot)$- между элементами интервальной арифметики IR вводится следующим образом [1,2,6,7]:

$$\mathrm{dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \max\{|\underline{x} - \underline{y}|, |\overline{x} - \overline{y}|\}. \qquad (1.6)$$

При этом для любых интервалов $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{x}',\boldsymbol{y}' \in IR$ справедливы, как известно, неравенства

$$\mathrm{dist}(\boldsymbol{xy},\boldsymbol{xy}') \leq |\boldsymbol{x}|\cdot \mathrm{dist}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}'), \qquad (1.7)$$

$$\mathrm{dist}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y},\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}') \leq |\boldsymbol{x}|\cdot \mathrm{dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}') + \mathrm{dist}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}') \qquad (1.8)$$

Что касается топологии на многомерном интервальном пространстве IR^n, то она может быть определена двумя способами. Стандартный способ – введение обычной метрики

$$\mathrm{dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \max\left\{\left\|\underline{x}-\underline{y}\right\|,\left\|\overline{x}-\overline{y}\right\|\right\}, \qquad \boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in IR^n \tag{1.9}$$

где $\|\cdot\|$ - абсолютная векторная норма на R^n. Но иногда бывает полезно работать с векторнозначным расстоянием – *псевдометрикой* по терминологии Л. Коллатца [8], - которая вводится на IR^n как

$$\mathrm{Dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \begin{pmatrix} \mathrm{dist}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{y}_1) \\ \vdots \\ \mathrm{dist}(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n) \end{pmatrix} \in R^n. \tag{1.10}$$

Так же в работе используются операции взятия середины интервала, его радиуса и ширины

$$\mathrm{mid}\,\boldsymbol{x} = \tfrac{1}{2}(\overline{x}+\underline{x}) \tag{1.11}$$

$$\mathrm{rad}\,\boldsymbol{x} = \tfrac{1}{2}(\overline{x}-\underline{x}) \tag{1.12}$$

$$\mathrm{wid}\,\boldsymbol{x} = \overline{x}-\underline{x}. \tag{1.13}$$

Абсолютной величиной (модулем) интервала $\boldsymbol{x}$ называется величина

$$|\boldsymbol{x}| = \max\left\{|\underline{x}|,|\overline{x}|\right\}. \tag{1.14}$$

1.4. Объект исследования

Анализ данных, накапливаемых в ходе жизненного цикла изделия машиностроительного предприятия, позволяет получать различные скрытые закономерности в параметрах производства. Это в свою очередь влияет на управление качеством производства, позволяет на основе современных средств обработки информации построить эффективную систему качества предприятия. Современные информационные средства в авиакосмической содержат большие объемы технологической информации для исследователя. Набор этих данных представляющих интерес в настоящей работе имеет следующий вид:

Имеется интервальная матрица $\boldsymbol{A} = \left\|\boldsymbol{a}_{ij}\right\|$, размерностью $m\times n$, содержащая весь набор характеристик связанных с экземплярами изделий, где i-ые столбцы соответствуют каждой отдельно взятой характеристики (фактору) по одноименному экземпляру изделия, $(i=\overline{1,n})$, а j-ые строки содержат конкретные значения характеристик (факторов) экземпляров изделий, полученные при *j*-ом измерении, ($j=\overline{1,m}$).

Матрица ***A*** представляет глобальную систему взаимодействия параметров экземпляров изделий $\sum$. (рис 1.1.)

О сложных структурных связях в данных и вида зависимостей в этих структурах неизвестно ничего. При исследование такого рода систем необходимо выявлять сложные структурные связи в параметрах, а так же моделировать виды зависимостей в структурах.

Рассмотрим, в чем заключается структурная сложность такой системы как экземпляр изделия. [53-60]

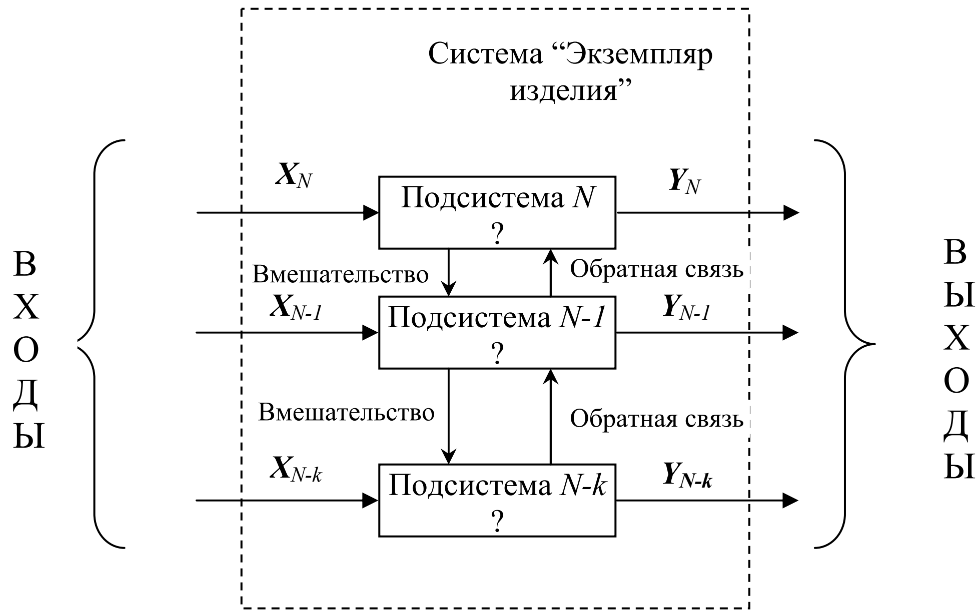

Рис.1.1. Система взаимодействия параметров экземпляров изделий: ***X***-неизвестные измеряемые входы; ***Y***-неизвестные измеряемые выходы.

Как известно система называется структурно сложной, если ее компоненты соединены между собой некоторым непонятным запутанным образом.[9] В этом случае мы имеем дело со структурой каналов связи в системе и схемой взаимодействия компонент подсистем, при этом пренебрегаем динамическими и вычислительными аспектами сложности.

Которые в нашем случае и так отсутствуют, так как параметры системы не изменяется во времени, а берутся лишь их конкретные измерения.

В основном сложность связана с двумя важными свойствами системы: математической структурой неприводимых компонент (подсистем) и способом, которые, которым эти компоненты связаны между собой. Отсюда следует, что сложость присуще самой системе, а не отношению между наблюдателем и наблюдаемым объектом.

Первое свойство системы допускает возможность снижения видимой сложности системы путем объединения отдельных переменных в подсистемы. При такой декомпозиции преследуется цель позволить исследователю упростить анализ системы, рассматривая ее как слабо связанную совокупность взаимодействующих подсистем. Хотя при этом и предполагается, что взаимодействия между подсистемами будут слабыми, из этого не следует, что они действительно окажутся пренебрежимо малы.

Второе свойство системы отражает такие характеристики сложности системы, как размерность, иерархия, схема связанности, многообразие компонент, сила взаимодействия.

Иерархия представляет собой расположение частей и элементов системы в порядке от высшего к низшему. При этом наиболее существенными свойствами иерархии являются: вертикальная соподчиненность (вертикальная декомпозиция); право вмешательства или приоритет действия подсистем верхнего уровня, носит для нижележащих уровней обязывающий характер; взаимозависимость действий вышестоящих и нижестоящих уровней структуры.

Схема связанности системы определяет потоки передачи информации в структуре и ограничивает воздействия которые может оказать одна часть системы на другую.

Многообразие компонент подчеркивает принцип, согласно которому многообразие выходных сигналов системы может быть достигнуто только с помощью достаточного многообразия входных (управляющих) воздействий. Т.е. чтобы система реализовала заданный вид поведения (уровень входных сигналов) вне зависимости от внешних помех, то подавить многообразие в ее поведении можно, только увеличив множества управлений (сложность модели).

Уровни взаимодействия – это относительная сила взаимодействия между различными компонентами системы и уровнями иерархии. Обычно слабые взаимодействия повышают сложность системы. Однако практически этими взаимодействиями часто можно пренебречь и таким образом получить менее сложную модель системы с соответствующими ограничениями.

Описание внутренних подсистем системы $\sum$ можно представить в следующем виде (рис.1.2.) :

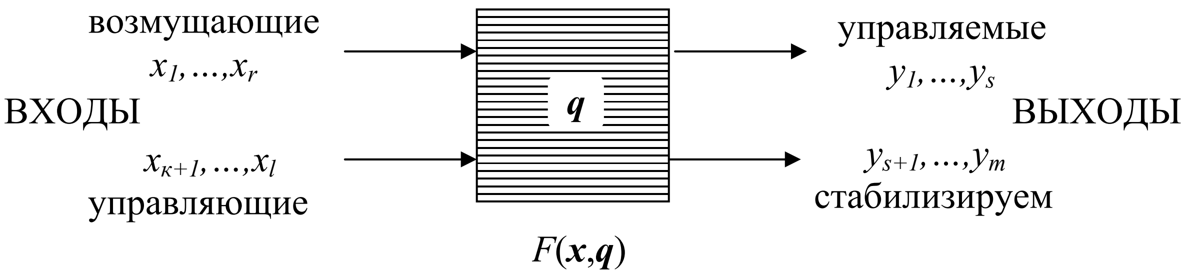

Рис.1.2. Структурная схема статической системы управления

Рассмотрим, что представляет собой интервальная статическая система управления. (рис.1.2.) Остановимся на следующем множестве всех входных воздействий:

- возмущения $x_1, \ldots, x_r$, которые действуют независимо от нашей воли в пределах интервалов $\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_r$, и
- управления $x_{\kappa+1}, \ldots, x_l$, значения которых мы сами можем устанавливать в интервалах $\boldsymbol{x}_{\kappa+1}, \ldots, \boldsymbol{x}_l$.

Возмущения оказывают дестабилизирующие воздействие на систему, стремятся вывести ее из заданного режима, в то время как подходящими управлениями мы стремимся компенсировать влияние этих возмущений и способствовать достижению требуемых характеристик функционирования. В классической теории автоматического управления выходы системы, на которых требуется поддержание сигнала на некотором заранее заданном уровне или же его изменение в соответствии с предопределенным планом, называют регулируемыми выходами. Но введение интервальности для описания конечного назначения системы вносит свои нюансы. Поэтому мы должны разделить множество всех выходов системы на

- компоненты $y_1,\dots,y_s$, которые мы можем перевести в любое значение из заранее заданны интервалов $\boldsymbol{y}_1,\dots,\boldsymbol{y}_s$ (управляемые выходы)
- компоненты $y_{s+1},\dots,y_m$, для которых мы должны обеспечить гарантированное попадание в интервалы $\boldsymbol{y}_{s+1},\dots,\boldsymbol{y}_m$.(стабилизируемые выходы)

Так управляемым выходом может быть “температура в производственном помещение”, заданная в определенном диапазоне. А стабилизируемым выходом является характеристика экземпляра изделия “увод лопасти”, которая не должна отличаться от номинальной y , больше чем на предписанную величину δy, но любой “увод лопасти” из интервала $[y-\delta y,\ y+\delta y]$ равно допустим и конкретное значение этой характеристики не имеет значение, если выполнено включение $\boldsymbol{y}\in[y-\delta y,\ y+\delta y]$. В частности некоторые значения из $[y-\delta y,\ y+\delta y]$ могут оказаться недостижимыми реальным процессом.

Пусть, зависимость вход-состояние-выход в рассматриваемой системе имеет вид (рис. 1.2.)

$$F(x,q)=y \qquad (1.15)$$

С некоторым отображением $F: R^l \times R^n \to R^m$. В самом общем случае отображение F может иметь очень сложный вид, но в работе рассматриваются модели, компоненты $F_i(x,q)$, где ($i=\overline{1,n}$), которых являются линейными выражениями [4,10]. Будем также предполагать, что все F_i непрерывны на своих областях определения, так что деление на нуль не встречается в $F_i(x,q)$ в пределах рассматриваемых интервалов $\boldsymbol{x}_1,\dots,\boldsymbol{x}_l$ и области значений состояния системы q. Отметим, что использование терминов “управление”, “регулирование” и т.п. не вполне совпадает с понятиями, принятыми в классической теории автоматического управления и технической кибернетики, где эти они тесно связаны с динамическими системами, с непрерывным или дискретным временем. Однако, развитие общей теории систем привело к пониманию того, что зависимость от временной переменной является второстепенной при определении “управления” и “управляемости” [11,12]. В наиболее общей форме понятие “управляемости системы” (или параметризированного отображения) тесно связано с понятием достижимости.

Согласно [11] управляемость формулируется как условие того, что всякий элемент из некоторого выделенного подмножества множества прибытия отображения может быть достигнут (накрыт) при условии подходящего выбора параметров и аргументов отображения. Более точно, пусть функция $Ф(С)$ описывает результат функционирования системы (выход) в зависимости от параметра (управления) $С$. Тогда система является (полностью) управляемой в том и лишь в том случае, если выполнено следующие условие: для любого $К$ из некоторого отмеченного множества существует воздействие $С$ из допустимой области, такое что $К=Ф(С)$.

Но в таком виде понятие управляемости в равной мере применимо также и к статическим (безынерционным) системам, в которых переменная времени и временной интервал вообще не фигурируют. [13]

Итак, объектом исследования являются структурно сложные системы $\sum$, предметом исследования являются вопросы получения адекватных многомерных моделей описания структурно сложного объекта $\sum$ (рис.1.1.) в условиях неопределенности и неоднозначности, заданных в интервальной форме.

Рассмотрим способы описания систем, типа $\sum$.

1.5. Интервальные модели

В настоящее время существует несколько подходов в описании и восприятие систем типа $\sum$.

Один из них это статистика интервальных данных (СИД). В этом направление неопределенность только статистическая. Идеи направления развиты в следующих работах [14-22]. В СИД в настоящее время в этом научном направлении изучается устойчивость классических статистических методов по отношению к малым погрешностям. Подход СИД оправдывается распространенностью этих методов, однако сам автор Орлов А.И. говорит о том, что в дальнейшем следует переходить к разработке новых методов, специально предназначенных для анализа интервальных данных. Что в свою очередь осуществляет школа Вощинина А.П. В этом направление, как и в настоящей диссертации, неопределенность только интервальная.

Рассмотрим идеи различных подходов анализа систем типа $\sum$.

1.1.5. Анализ измеряемой информации с позиции СИД

1.5.1.1. Интервальный кластер-анализ с позиции СИД

Кластерный анализ позволяет классифицировать многомерные объекты, каждый из которых описывается совокупностью исходных параметров. Цель кластерного анализа получение групп (систем) сходных между собой характеристик образующих некоторый *объект или кластер* (рис.1.1.). Кластерный анализ позволяет решить следующие задачи:

- проведение классификации объектов с учетом признаков, отражающих сущность природу объектов
- проверка выдвигаемых предположений о наличии некоторой структуры в изучаемой совокупности объектов, т.е. поиск существующей структуры
- построение классификаций для слабоизученных явлений, когда необходимо установить наличие связей внутри совокупности и попытаться принести в нее структуру [23,24,25]

Многие методы кластер-анализа основаны на использовании расстояний между объектами [68-75]. (Степень близости между объектами может измеряться также с помощью мер близости и показателей различия, для которых неравенство треугольника выполнено не всегда.) Рассмотрим влияние погрешностей измерения на расстояния между объектами и на результаты работы алгоритмов кластер-анализа.

С ростом размерности p евклидова пространства диагональ единичного куба растет как $\sqrt{p}$. А какова погрешность определения евклидова расстояния? Пусть двум рассматриваемым векторам соответствуют $X_0 = (x_1, x_2, ..., x_p)$ и $Y_0 = (y_1, y_2, ..., y_p)$ - вектора размерности p. Они известны с погрешностями $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_p)$ и $\delta = (\delta_1, \delta_2, ..., \delta_p)$, т.е. статистику доступны лишь вектора $X = X_0 + \varepsilon,\ Y = Y_0 + \delta$. Легко видеть, что

$$\rho^2(X,Y) = \rho^2(X_0, Y_0) + 2\sum_{1\le i\le p}(x_i - y_i)(\varepsilon_i - \delta_i) + \sum_{1\le i\le p}(\varepsilon_i - \delta_i)^2. \quad (1.16)$$

Пусть ограничения на абсолютные погрешности имеют вид

$|\varepsilon_i| \le \Delta,\ |\delta_i| \le \Delta,\ i = 1,2,...,n.$

Такая запись ограничений предполагает, что все переменные имеют примерно одинаковый разброс. Трудно ожидать этого, если переменные имеют различные размерности. Однако рассматриваемые ограничения на погрешности естественны, если переменные предварительно стандартизованы, т.е. отнормированы (т.е. из каждого значения вычтено среднее арифметическое, а разность поделена на выборочное среднее квадратическое отклонение).

Пусть $p\Delta^2 \to 0$. Тогда последнее слагаемое в (1.16) не превосходит $4p\Delta^2$, поэтому им можно пренебречь. Тогда из (1.15) следует, что нотна евклидова расстояния имеет вид

$$N_{\rho^2}(X_0, Y_0) = 4\sum_{1\le i\le p}|x_i - y_i|\Delta$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка. Если случайные величины $|x_i - y_i|$ имеют одинаковые математические ожидания и для них справедлив закон больших чисел (эти предположения естественны, если переменные перед применением кластер-анализа стандартизованы), то существует константа C такая, что

$$N_{\rho^2}(X_0, Y_0) = Cp\Delta$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка при малых Δ, больших p и $p\Delta^2 \to 0$.

Из рассмотрений настоящего пункта вытекает, что

$$\rho(X,Y) = \rho(X_0,Y_0) + \theta \frac{Cp\Delta}{2\rho(X_0,Y_0)} \qquad (1.17)$$

при некотором θ таком, что $|\theta| < 1$.

Какое минимальное расстояние является различимым? По аналогии с определением рационального объема выборки при проверке гипотез предлагается уравнять слагаемые в (1.17), т.е. определять минимально различимое расстояние $\rho_{\min}$ из условия

$$\rho_{\min} = \frac{Cp\Delta}{2\rho_{\min}}, \quad \rho_{\min} = \sqrt{\frac{Cp\Delta}{2}}. \qquad (1.18)$$

Естественно принять, что расстояния, меньшие $\rho_{\min}$, не отличаются от 0, т.е. точки, лежащие на расстоянии $\rho \le \rho_{\min}$, не различаются между собой.

Каков порядок величины C? Если x_i и y_i независимы и имеют стандартное нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1, то, $M|x_i - y_i| = 2/\sqrt{\pi} = 1{,}13$ и соответственно C = 4,51. Следовательно, в этой модели

$$\rho_{\min} = 1{,}5\sqrt{p\Delta}.$$

Формула (1.18) показывает, что хотя с ростом размерности пространства p растет диаметр (длина диагонали) единичного куба – естественной области расположения значений переменных, с той же скоростью растет и естественное квантование расстояния с помощью порога неразличимости $\rho_{\min}$, т.е. увеличение размерности (вовлечение новых переменных), вообще говоря, не улучшает возможности кластер-анализа.

Можно сделать выводы и для конкретных алгоритмов. В дендрограммах (например, результатах работы иерархических агломеративных алгоритмах ближнего соседа, дальнего соседа, средней связи) можно порекомендовать склеивать (т.е. объединять) уровни, отличающиеся менее чем на $\rho_{\min}$. Если все уровни склеятся, то можно сделать вывод, что у данных нет кластерной структуры, они однородны. В алгоритмах типа «Форель» центр тяжести текущего кластера определяется с точностью $\pm\Delta$ по каждой координате, а порог для включения точки в кластер (радиус шара R) из-за погрешностей исходных данных может измениться согласно (1.17) на

$$\pm \frac{2{,}25}{R} p\Delta.$$

Поэтому кроме расчетов с R рекомендуется провести также расчеты с радиусами R_1 и R_2, где

$$R_1 = R\left(1 - \frac{2{,}25}{R^2} p\Delta\right), \quad R_2 = R\left(1 + \frac{2{,}25}{R^2} p\Delta\right),$$

и сравнить полученные разбиения. Быть адекватными реальности могут только выводы, общие для всех трех расчетов. Эти рекомендации развивают общую идею [26] о целесообразности проведения расчетов при различных значениях параметров алгоритмов с целью выделения выводов, инвариантных по отношению к выбору конкретного алгоритма.

1.5.1.2. Линейный регрессионный анализ интервальных данных с позиции СИД

Перейдем к многомерному статистическому анализу. Сначала с позиций асимптотической математической статистики интервальных данных рассмотрим оценки метода наименьших квадратов (МНК).

Статистическое исследование зависимостей - одна из наиболее важных задач, которые возникают в различных областях науки и техники. Под словами "исследование зависимостей" имеется в виду выявление и описание существующей связи между исследуемыми переменными на основании результатов статистических наблюдений (рис.1.2.) К методам исследования зависимостей относятся регрессионный анализ, многомерное шкалирование, идентификация параметров динамических объектов, факторный анализ, дисперсионный анализ, корреляционный анализ и др. Однако многие реальные ситуации характеризуются наличием данных интервального типа, причем известны допустимые границы погрешностей (например, из технических паспортов средств измерения).

Если какая-либо группа объектов характеризуется переменными $X_1, X_2, ,...,X_m$ и проведен эксперимент, состоящий из n опытов, где в каждом опыте эти переменные измеряются один раз, то экспериментатор получает набор чисел: $X_{1j}, X_{2j}, ,...,X_{mj}$ $(j = 1,..., n)$.

Однако процесс измерения, какой бы физической природы он ни был, обычно не дает однозначный результат. Реально результатом измерения какой-либо величины X являются два числа: X_H— нижняя граница и X_B — верхняя граница. Причем $X_{ИСТ} \in [X_H, X_B]$, где $X_{ИСТ}$ - истинное значение измеряемой величины. Результат измерения можно записать как $X: [X_H, X_B]$. Интервальное число X может быть представлено другим способом, а именно, $X: [X_m, \Delta_x]$, где $X_H = X_m - \Delta_x$, $X_H = X_m + \Delta_x$. Здесь X_m - центр интервала (как правило, не совпадающий с $X_{ИСТ}$), а Δ_x - максимально возможная погрешность измерения.

1.5.1.3. Метод наименьших квадратов для интервальных данных.

Пусть математическая модель задана следующим образом:

$$y = F(x,b) + \varepsilon, \tag{1.19}$$

где $x = (x_1 , x_2,..., x_m)$ - вектор влияющих переменных (факторов), поддающихся измерению; $b = (b_1 , b_2 ,... , b_r)$ - вектор оцениваемых параметров модели; y - отклик модели (скаляр); $F(x,b)$- скалярная функция векторов x и b; наконец, ε - случайная ошибка (невязка, погрешность).

Пусть проведено n опытов, причем в каждом опыте измерены (один раз) значения отклика (y) и вектора факторов (x). Результаты измерений могут быть представлены в следующем виде:

$$X = \{ x_{ij} ; i =1,n ; j = 1,m \}, Y = (y_1 , y_2 ,..., y_n), E = (\varepsilon_1,\varepsilon_2,...,\varepsilon_n),$$

где X - матрица значений измеренного вектора (x) в n опытах; Y - вектор значений измеренного отклика в n опытах; E - вектор случайных ошибок. Тогда выполняется матричное соотношение:

$$Y = F(X,b) + E,$$

где $F(X,b) = (F(x_1, b), F(x_2, b), ..., F(x_n, b))^T$, причем $x_1, x_2, ..., x_n$ - m-мерные вектора, которые составляют матрицу $X = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$.

Введем меру близости $d(Y,F)$ между векторами Y и F. В МНК в качестве $d(Y,F)$ берется квадратичная форма взвешенных квадратов ε_i^2 невязок

$$\varepsilon_i = y_i - F(x_i, b), \text{ т.е.}$$

$$d(Y,F) = [Y - F(X,b)]^T W[Y - F(X,b)],$$

где $W = \{w_{ij}, i, j = 1, ..., n\}$ - матрица весов, не зависящая от b. Тогда в качестве оценки b можно выбрать такое b^*, при котором мера близости $d(Y,F)$ принимает минимальное значение, т.е.

$$b^* = \{b : d(Y,Q) \to \min_{\{b\}}\}.$$

В общем случае решение этой экстремальной задачи может быть не единственным. Поэтому в дальнейшем будем иметь в виду одно из этих решений. Оно может быть выражено в виде $b^* = f(X,Y)$, где $f(X,Y) = (f_1(X,Y), f_2(X,Y),..., f_m(X.У))^T$, причем $f_i(X,Y)$ непрерывны и дифференцируемы по $(X,Y) \in Z$, где Z -область определения функции $f(X,Y)$. Эти свойства функции $f(X,Y)$ дают возможность использовать подходы статистики интервальных данных.

Преимущество метода наименьших квадратов заключается в сравнительной простоте и универсальности вычислительных процедур. Однако не всегда оценка МНК является состоятельной (при функции $F(X,b)$, не являющейся линейной по векторному параметру b), что ограничивает его применение на практике.

Важным частным случаем является линейный МНК, когда $F(x,b)$ есть линейная функция от b:

$$y = b_o x_o + b_1 x_1 + ... + b_m x_m + \varepsilon = b x^T + \varepsilon,$$

где, возможно, $x_o = 1$, а b_o - свободный член линейной комбинации. Как известно, в этом случае МНК-оценка имеет вид:

$$b^* = (X^T WX)^{-1} X^T WY.$$

Если матрица $X^T WX$ не вырождена, то эта оценка является единственной. Если матрица весов W единичная, то

$$b^* = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

Пусть выполняются следующие предположения относительно распределения ошибок ε_i:

- ошибки ε_i имеют нулевые математические ожидания $M\{\varepsilon_i\} = 0$,
- результаты наблюдений имеют одинаковую дисперсию $D\{\varepsilon_i\} = \sigma^2$,
- ошибки наблюдений некоррелированы, т.е. $cov\{\varepsilon_i, \varepsilon_j\} = 0$.

Тогда, как известно, оценки МНК являются наилучшими линейными оценками, т.е. состоятельными и несмещенными оценками, которые представляют собой линейные функции результатов наблюдений и обладают минимальными дисперсиями среди множества всех линейных несмещенных оценок. Далее именно этот наиболее практически важный частный случай рассмотрим более подробно.

Как и в других постановках асимптотической математической статистики интервальных данных, при использовании МНК измеренные величины отличаются от истинных значений из-за наличия погрешностей измерения. Запишем истинные данные в следующей форме:

$$X_R = \{x_{ij}^R;\ i = \overline{1,n};\ j = \overline{1,m}\},\quad Y_R = (y_1^R,\ y_2^R, ...,\ y_n^R),$$

где R - индекс, указывающий на то, что значение истинное. Истинные и измеренные данные связаны следующим образом:

$$X = X_R + \Delta X,\quad Y = Y_R + \Delta Y,$$

где $\Delta X = \{\Delta x_{ij}; i = \overline{1,n}; j = \overline{1,m}\}, \Delta Y = (\Delta y_1, \Delta y_2, ..., \Delta y_n)$. Предположим, что погрешности измерения отвечают граничным условиям

$$|\Delta x_{ij}| \le \Delta_j^x \ \ (i = 1,2,...,n,\ j = 1,2,...,m),\ \ ,|\Delta y_i| \le \Delta^y \ \ (i = 1,2,...,n), \quad (1.20)$$

аналогичным ограничениям (1).

Пусть множество W возможных значений $(X_R\ ,Y_R)$ входит в Z -область определения функции $f(X,Y)$. Рассмотрим b^{*R} - оценку МНК, рассчитанную по истинным значениям факторов и отклика, и b^* - оценку МНК, найденную по искаженным погрешностями данным. Тогда

$$\Delta b^* = b^{*R} - b^* = f(X_R, Y_R) - f(X, Y).$$

Ввести понятие *нотны* придется несколько иначе, чем это было сделано выше, поскольку оценивается не одномерный параметр, а вектор. Положим:

$$n(1) = (\sup \Delta b_1^*, \sup \Delta b_2^*, ..., \sup \Delta b_r^*)^T, \quad n(2) = -(\inf \Delta b_1^*, \inf \Delta b_2^*, ..., \inf \Delta b_r^*)^T.$$

Будем называть *n(1)* нижней *нотной*, а *n(2)* верхней *нотной*. Предположим, что при безграничном возрастании числа измерений *n*, т.е. при $n \to \infty$, вектора *n(1), n(2)* стремятся к постоянным значениям $N_i(1)$, $N_i(2)$ соответственно. Тогда $N_i(1)$ будем называть нижней асимптотической *нотной*, а $N_i(2)$ - верхней асимптотической *нотной*.

Рассмотрим доверительное множество $B_\alpha = B_\alpha(n, b^{*R})$ для вектора параметров *b,* т.е. замкнутое связное множество точек в *r*-мерном евклидовом пространстве такое, что $P(b \in B_\alpha) = \alpha$, где α — доверительная вероятность, соответствующая B_α (α ≈ 1). Другими словами, $B_\alpha(n, b^{*R})$ есть область рассеивания (аналог эллипсоида рассеивания) случайного вектора b^{*R} с доверительной вероятностью α и числом опытов *n*.

Из определения верхней и нижней *нотн* следует, что всегда $b^{*R} \in [b^* - n(1); b^* + n(2)]$. В соответствии с определением нижней асимптотической нотны и верхней асимптотической нотны можно считать, что $b^{*R} \in [b^* - N(1); b^* + N(2)]$ при достаточно большом числе наблюдений *n*. Этот многомерный интервал описывает *r*-мерный гиперпараллелепипед *P*.

Каким-либо образом разобьем *P* на *L* гиперпараллелепипедов. Пусть b_k - внутренняя точка *k*-го гиперпараллелепипеда. Учитывая свойства доверительного множества и устремляя *L* к бесконечности, можно утверждать, что $P(b \in C) \geq \alpha$, где

$$C = \lim_{L \to \infty} \bigcup_{1 \leq k \leq L} B_\alpha(n, b_k).$$

Таким образом, множество *C* характеризует неопределенность при оценивании вектора параметров *b*. Его можно назвать доверительным множеством в статистике интервальных данных.

Введем некоторую меру *M(X),* характеризующую «величину» множества $X \subseteq R^r$ По определению меры она удовлетворяет условию: если $X = Z \bigcup Y$ и $Z \bigcap Y = 0$, то *M(X)=M(Z)+M(Y).* Примерами такой меры являются площадь для r = 2 и объем для r = 3. Тогда:

$$M(C) = M(P) + M(F), \tag{1.21}$$

где *F = C \ P*. Здесь *M(F)* характеризует меру статистической неопределенности, в большинстве случаев она убывает при увеличении числа опытов *n*. В то же время *M(P)* характеризует меру интервальной (метрологической) неопределенности, и, как правило, *M(P)* стремится к некоторой постоянной величине при увеличении числа опытов *n.* Пусть теперь требуется найти то число опытов, при котором статистическая неопределенность составляет *δ-ю* часть общей неопределенности, т.е.

$$M(F) = \delta M(C), \tag{1.22}$$

где $\delta < 1$. Тогда, подставив соотношение (1.22) в равенство (1.21) и решив уравнение относительно *n*, получим искомое число опытов. В асимптотической математической статистике интервальных данных оно называется "рациональным объемом выборки". При этом δ есть "степень малости" статистической неопределенности *M(P)* относительно всей неопределенности. Она выбирается из практических соображений. При использовании "принципа уравнивания погрешностей" согласно [26] имеем $\delta = 1/2$.

1.5.2. Интервальные модели с позиции интервального анализа.

Рассмотренные выше методы построения зависимостей предполагали, что ошибка измерения достаточно мала. Однако более естественной, в частности для метрологов, является нестатистическая модель измерения с заданной абсолютной (ε) или относительной (δ) погрешностью. При этом предполагается, что выполняется одно из следующих условий.

В частности при анализе данных с ошибками для метрологов естественной является нестатистическая модель измерения с заданной абсолютной (ε) или относительной (δ) ошибками. При этом предполагается, что выполняется одно из следующих условий [27]:

$$|y - y_0| \le \varepsilon \qquad (1.23)$$

$$|y - y_0| / |y| \le \delta \qquad (1.24)$$

где y_0, y – истинное и измеренное значения величины; ε, δ - заданные абсолютные и относительные ошибки.

В обоих случаях истинное значение y_0 лежит внутри известного интервала

$$\underline{y} \le y_0 \le \overline{y}, \qquad (1.25)$$

границы которого $\underline{y}, \overline{y}$ определяются как $y \pm \varepsilon$ и $y \pm \delta|y|$ при условиях (1.23) и (1.24) соответственно.

Модель (1.25) часто используется экспертами, которые должны прогнозировать возможные значения показателей внешней среды функционирования проектируемой системы и когда невозможно приписывать некоторые вероятностные свойства еще несуществующему объекту.

Интервальная форма (1.25) возникает также при описании результатов имитационного моделирования с применением ЭВМ, когда расчеты ведутся с конечной точностью и, следовательно, неизбежны ошибки округления.

Таким образом, интервальная модель (1.25) представления неточных данных может быть использована при анализе и решении широкого класса задач в условиях неопределенности [28,29,30].

Рассмотрим построение моделей объектов по данным эксперимента, представленным в интервальной форме.

1.5.2.1 Исходные гипотезы

Исходные гипотезы предположения (аксиомы), на которых базируются методы интервального анализа данных, согласно [5], имеют следующий вид.

H_1: Зависимость между выходной переменной y_0 и независимыми переменными x_1, …, x_n является линейнопараметризованной функцией вида

$$\boldsymbol{y}_0(x) = \boldsymbol{\beta}_1\varphi_1(x) + \ldots + \boldsymbol{\beta}_m\varphi_m(x) = \varphi^T(x)\boldsymbol{\beta}, \qquad (1.26)$$

где $\varphi_1(x), \ldots, \varphi_m(x)$ - известные интервальные базисные функции от вектора независимых переменных x_1, …, x_n.

H_2: Данные эксперимента описываются совокупностью n опытов:

$$x_j = (x_{1i}, \ldots, x_{ni})^T, [\underline{y}_i, \overline{y}_i], \qquad (i = \overline{1,n}),$$

где $\underline{y}_i, \overline{y}_i$, задают в i-том опыте (при фиксированном векторе x_i) границы возможных значений истинной величины $y_0(x_i)$, т.е.

$$\underline{y}_i \le y_0(x_i) \le \overline{y}_i \quad , \qquad \text{для} \quad \forall\, i = \overline{1,n}. \qquad (1.27)$$

Эксперимент может содержать безошибочные наблюдения, (когда выполняется условие $\boldsymbol{y}_0(x_i)=y_i$, а также параллельные опыты (в этом случае предполагается, что истинное значение y_0 лежит на пересечении интервальных измерений).

Интервал $[\underline{y}_i, \overline{y}_i]$ может произвольным образом зависеть от вектора x_i.

H_3: Адекватной моделью объекта является любая функция $\boldsymbol{y}(x) = \varphi^T(x)\boldsymbol{b}$, проходящая через все интервальные измерения (рис. 2.7), т.е. удовлетворяющая условию

$$\underline{y}_i, \le \varphi^T(x_i)\boldsymbol{b} \le \overline{y}_i \qquad (i = \overline{1,n}) \qquad (1.28)$$

Полезно сравнить две системы исходных допущений регрессионного и интервального анализа. При этом можно заметить, в частности, что они содержат совпадающие гипотезы об известной структуре уравнения. Хотя предпосылки интервального анализа не требуют выполнения достаточно жестких условий регрессионного анализа об аддитивности помехи и ее независимости от входных переменных, зато предполагают соблюдение требования (1.27), которое на первый взгляд кажется слишком строгим.

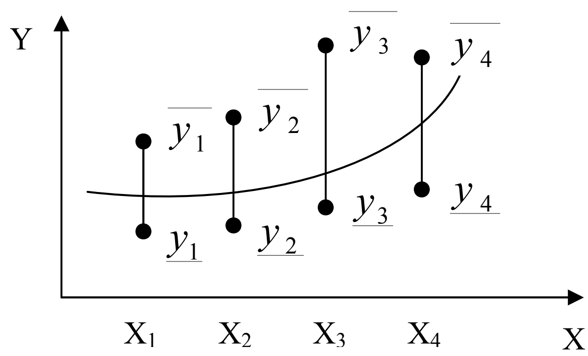

Рис. 1.3. Адекватная модель объекта при интервальных измерениях

$\overline{y}_i$, $\underline{y}_i$ - верхняя и нижняя границы интервала измерения

Таким образом, вряд ли целесообразно утверждать, какая система гипотез «лучше», так как они опираются на разные формы описания неопределенных факторов.

Рассмотрим основные этапы анализа интервальных данных, целью которого является построение адекватной модели объекта.

1.5.2.2. Область возможных значений параметров модели

Рассмотрим выражение (1.28), которое при подстановке в него данных эксперимента является системой n линейных неравенств относительно m неизвестных $b_1, \ldots, b_m$.

Допустим, что эта система совместна и имеет множество решений

$$\Omega_b = \left\{ b \in R^m \,\middle|\, \underline{y}_i \le \varphi^T(x_i) b \le \overline{y}_i, i = \overline{1,n} \right\}. \qquad (1.29)$$

Очевидно, что выбрав любой вектор $b \in \Omega_b$ можно получить уравнение

$$\hat{y}(x) = \varphi^T(x) b,$$

которое в соответствии с гипотезой H_3 является адекватной моделью объекта. Следовательно, Ω_b определяет множество оценок b параметров адекватных моделей вида (1.27). В этом смысле Ω_b является аналогом доверительной области в регрессионном анализе.

Анализируя выражения (1.26), (1.27) и (1.28), можно прийти к выводу, что Ω_b одновременно является множеством возможных значений истинных параметров β, т.е.

$$\Omega_b = \Omega_\beta \left\{\beta \in R^m \middle| \underline{y_i} \le \varphi^T(x_i)\beta \le \overline{y_i}, \quad i = 1,\ldots,N\right\}. \qquad (1.30)$$

Это позволяет в дальнейшем не делать различия между Ω_b и Ω_β и обозначать их одной буквой Ω. Вместе с тем необходимо различать фиксированную точечную оценку $b \in \Omega$ и неизвестный вектор параметров $\beta \in \Omega$.

Рассмотрим некоторые свойства множества.

Как можно заметить из формулы (1.28), множество Ω является выпуклым многогранником в пространстве параметров (рис. 1.4).

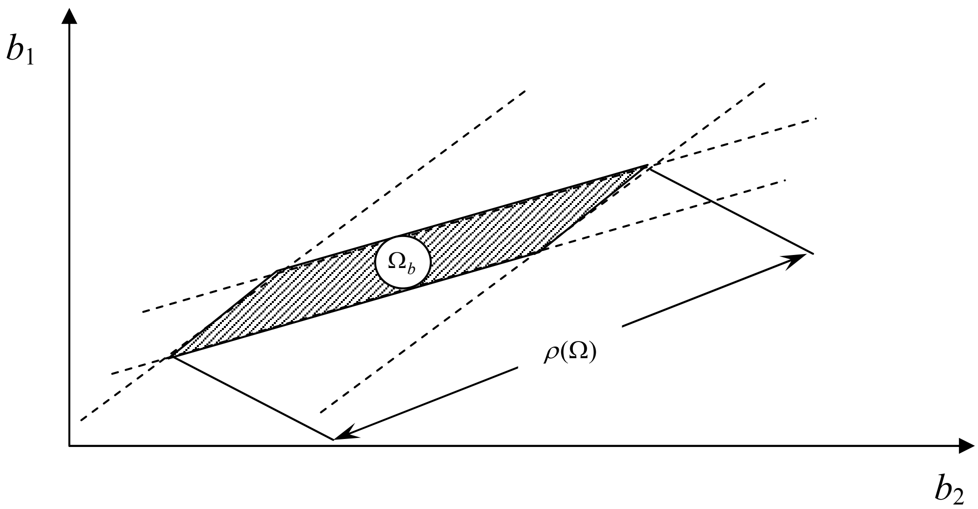

Рис. 1.4. Множество Ω_b возможных значений параметров

$\rho(\Omega)$ - диаметр множества

Обозначим

$$F = \begin{vmatrix} \varphi_1(x_1) & \ldots & \varphi_m(x_m) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_1(x_N) & \ldots & \varphi_m(x_N) \end{vmatrix}, \quad \rho(\Omega) = \max\left|b_i - b_j\right|, b_i, b_j \in \Omega$$

где F – матрица (размера $n \times m$) значений базисных функций; $\rho(\Omega)$ - диаметр множества Ω (см. рис. 1.4.). Тогда справедливы следующие утверждения:

если rank F=m, то $\rho(\Omega \le M)$, т.е. Ω - ограниченное множество;

если rank F<m, то $\rho(\Omega) \to \infty$, т.е. Ω - неограниченное множество;

если $\rho(\Omega)$=0 и множество $\Omega=\{b\}$ включает единственный элемент, то b=β.

Отметим, что в интервальном анализе последняя ситуация возможна и при конечном числе опытов (рис. 1.5), чего в принципе не может быть при статистической ошибке.

Из анализа приведенных утверждений следует, что форма и размер множества Ω, так же как в регрессионном анализе, зависят от матрицы эксперимента F и разброса возможных значений выходной переменной.

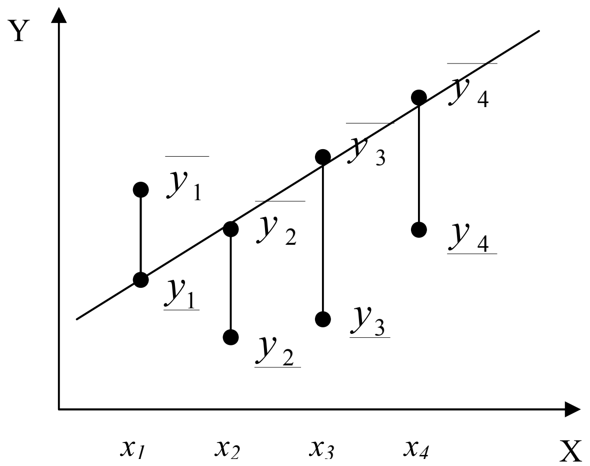

Рис. 1.5. Единственная линейная модель, адекватная интервальным измерениям $\boldsymbol{y}_1$ - $\boldsymbol{y}_4$ – интервалы измерений

Если эксперимент содержит точное наблюдение $y(x_i) = y_{0i}$, то Ω является частью плоскости.

Когда в эксперименте в некоторой точке x имеются параллельные измерения $[\underline{y}_1(x); \overline{y}_1(x)], \ldots, [\underline{y}_i(x); \overline{y}_i(x)], [\underline{y}_k(x); \overline{y}_k(x)]$, они могут быть заменены в формуле (1.29) одной строкой

$$\max_i \underline{y_i}(x) \le \varphi^T(x_i)b \le \min_i \overline{y_i}(x) \qquad (1.31)$$

в случае если добавление или исключение *j*-го неравенства в системе (1.29) не приводит к изменению множества, то *j*-е измерение является неинформативным.

С ростом числа опытов *n* множество Ω стягивается в точку β, совпадающую с истинным вектором коэффициентов, т.е.

$$(N \to \infty) \to (\rho(\Omega) \to 0) \to (\Omega \to \beta). \qquad (1.32)$$

Это свойство – аналог состоятельности в математической статистике – обусловлено тем, что с увеличением числа опытов число условий в системе (1.29) возрастает и, следовательно, уменьшается размер области, где они одновременно выполняются. Свойство (1.32), так же, как и в математической статистике, справедливо при достаточно «хорошо организованном» эксперименте, когда он не пополняется лишь за счет линейно зависимых строк матрицы F.

Кроме того, предполагается, что при многократном дублировании измерений в одной точке x их совокупный интервал (1.31) становится все более узким и стремится к истинному значению выхода в этой точке.

При построении интервальных моделей часто удобнее вместо области Ω использовать ее приближенное более простое описание прямоугольной гиперпризмой:

$$\Pi^+ = \left\{ b \in R^m \,\middle|\, \underline{b_i} \le b_i \le \overline{b_i}, \quad i = 1, \ldots, m \right\}. \qquad (1.33)$$

Граничные точки $\underline{b_i}$ и $\overline{b_i}$ могут быть вычислены как решения 2 задач линейного программирования:

$$\underline{b_i} = \min_{b \in \Omega} b_i \qquad \overline{b_i} = \max_{b \in \Omega} b_i$$

Для двумерного случая призма Π^+ изображена на рис. 1.6.

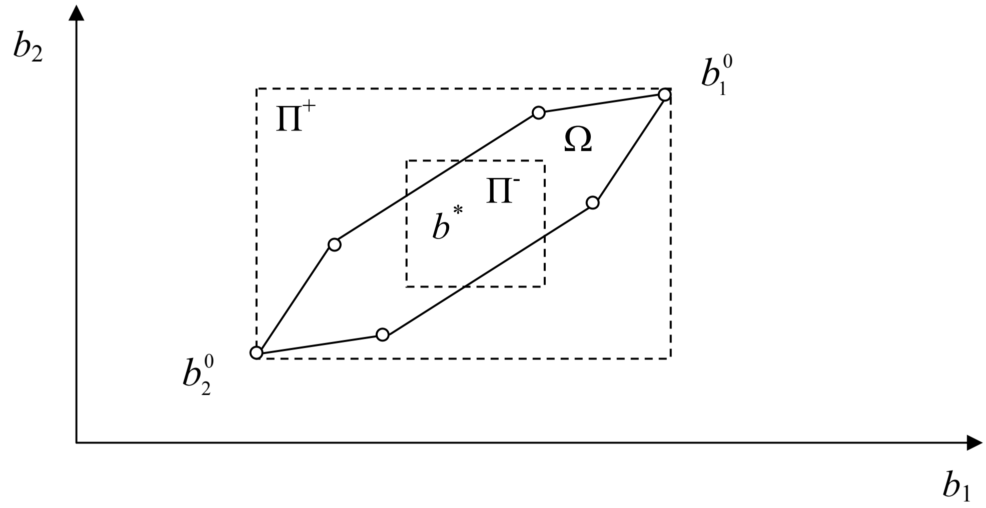

Рис. 1.6. Множество Ω возможных значений параметров b_1^0, b_2^0 - экстремальные точки; П-, П+- аппроксимации множества Ω в виде призм.

Нетрудно видеть, что $\Pi^+ \supset \Omega$, т.е. призма Π^+ содержит лишние точки b, не удовлетворяющие условиям (1.29). При сильно вытянутой форме области Ω отличие Π^+ от Ω может быть довольно существенным.

Когда задана некоторая внутренняя точка $b^* \in \Omega$, то можно построить также призму Π^- (см. рис. 1.6), вычисляя $\underline{b_i}$ и $\overline{b_i}$ из условия

$$\underline{b_i} = \min_{\alpha \in \Omega}(b_i^* - \alpha), \qquad \overline{b_i} = \max_{\alpha \in \Omega}(b_i^* - \alpha).$$

Очевидно, что если само множество Ω является прямоугольной призмой, то

$\Pi^+ = \Pi^- = \Omega$

Во всех остальных случаях отличие Π^- от Π^+ будет тем больше, чем сильнее вытянута область Ω.

1.5.2.3. Точечные оценки коэффициентов

Экспериментатору часто необходимо иметь лишь точечную оценку *b* параметров β, обладающую некоторыми оптимальными свойствами.

Учитывая, что в рамках постулируемых гипотез никаких вероятностных суждений об ошибке не делается, вектор истинных коэффициентов β может принимать любое значение из множества Ω.

В связи с этим оптимальную оценку целесообразно искать как наиболее точную при всех возможных значениях $\beta\in\Omega$, а ошибку Δb произвольной точечной оценки $b\in\Omega$ определять как максимально возможное расстояние между b и неизвестным вектором $\beta\in\Omega$, т.е.

$$\Delta b = \max_{\beta\in\Omega} |b-\beta| = \max_{\beta\in\Omega} \sqrt{\sum_{i=1}^{m} (b_i-\beta_i)^2} \tag{1.34}$$

Используя формулу (1.34), можно определить в некотором смысле наиболее точные оценки.

Рассмотрим две из них.

Минимаксная оценка:

$$b_1 = \min_{b\in\Omega} \max_{\beta\in\Omega} |b-\beta| \tag{1.35}$$

определяется в расчете на наихудший случай. Можно доказать, что условию (1.35) удовлетворяет оценка

$$b_1 = 0{,}5\left|b_1^0 - b_2^0\right|,$$

где b_1^0, b_2^0 - наиболее удаленные угловые точки множества Ω

(см. рис. 1.6), определяющие его размер и являющиеся решением задачи квадратичного программирования

$$\max_{b_i, b_j \in\Omega} (b_i-b_j)^T(b_i-b_j).$$

Вычисление оценок b_1^0 и b_2^0 полезно также тем, что они определяют размер множества

$$\rho(\Omega) = \left|b_1^0 - b_2^0\right| \tag{1.36}$$

который является хорошей числовой характеристикой точности оценивания.

Очевидно, что ошибка оценки b_1 не превосходит радиуса множества Ω (1.36), т.е.

$$\Delta b_1 \le 0{,}5\,\rho(\Omega).$$

Средняя оценка

$$b_2 = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} b_i^* \qquad (1.37)$$

находится как центр тяжести множества Ω, при этом сумма в (1.37) берется по всем угловым точкам $b_j^*\,(j = 1,\dots,k)$ множества Ω.

Оценки b_1 и b_2 можно вычислить, используя пакеты квадратичного и линейного программирования соответственно.

В отдельных случаях в качестве точечных оценок можно взять МНК- или ОМНК-оценки, вычисленные по средним значениям интервальных измерений:

$$b_M = (F^T F)^{-1} F^T \overline{Y},$$
$$b_0 = (F^T E^{-1} F)^{-1} F^T E^{-1} \overline{Y},$$
$$где\ \overline{Y} = \{\underline{y_i} = 0{,}5(\overline{y_i} + \underline{y_i}),\quad i = 1,\dots,N\},$$

$$\mathrm{E}^{-1} = \begin{vmatrix} \varepsilon_1^{-1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ . & . & & & . \\ . & & . & & . \\ . & & & . & . \\ 0 & \dots & \varepsilon_i^{-1} & & 0 \\ . & & & & \\ . & & & & \\ . & & & & \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \varepsilon_N^{-1} \end{vmatrix}, \varepsilon_i = 0.5(y_i^+ - y_i^-).$$

Однако необходимо подчеркнуть, что в общем случае эти оценки могут не принадлежать множеству Ω и, следовательно, модель на их основе не будет адекватной в смысле гипотезы H_3.

1.5.2.4. Интервальная модель выходной переменной

Используя оценки b неизвестных коэффициентов легко записать модель выходной переменной $\boldsymbol{y}(x)$ при фиксированном векторе входных переменных x. В этом случае точечная оценка

$$\hat{y}\,(\mathrm{x}) = \varphi^{\mathrm{T}}\,(\mathrm{x})\,b,\, b \in \Omega$$

определяет некоторую модель прогноза как функцию заданного вида, проходящую через все интервальные измерения, а интервальная оценка

$$\boldsymbol{y}(x) = [\underline{\hat{y}(x)}; \overline{\hat{y}(x)}] \qquad (1.38)$$

определяет множество функций заданного вида, проходящих через все интервальные измерения. В формуле (2.42) величины

$$\underline{\hat{y}(x)} = \min_{b \in \Omega} \varphi^{T}\,(x)b, \qquad \overline{\hat{y}(x)} = \max_{b \in \Omega} \varphi^{T}\,(x)b \qquad (1.39)$$

задают границы возможного изменения истинного значения $y_0(x)$, т.е.

$$\underline{\hat{y}(x)} \le y_0\,(x) \le \overline{\hat{y}(x)}.$$

Интервальная модель (1.38) особенно просто записывается, если вместо множества Ω использовать его аппроксимацию призмой Π^+ или Π^-:

$$\boldsymbol{y}(x) = \boldsymbol{b}_1\varphi_1(x) + \ldots + \boldsymbol{b}_m\varphi_m(x),$$

где $\boldsymbol{b}_i = [\underline{b}_i; \overline{b}_i]$.

Границы коридора ошибок имеют вид кусочно-линейных функций. В качестве характеристики точности прогноза при фиксированном x можно взять ширину коридора ошибок

$$\Delta y(x) = \underline{\hat{y}(x)} - \overline{\hat{y}(x)} \qquad (1.40)$$

Наглядными и легко вычисляемыми интегральными характеристиками точности являются средняя

$$\Delta\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \Delta y(x_i)$$

и максимальная

$$\max \Delta y = \max_{i} \Delta y(x_i)$$

ширина коридора ошибок, вычисленные по интервальным измерениям.

Учитывая свойство (1.32), легко установить, что при $N \to \infty, \Delta y(x_i) \to 0,$ т.е. $\hat{y}(x) \to y_0(x)$.

1.5.2.5. Проверка гипотез

Как любой математической метод, интервальный анализ обеспечивает достоверные результаты лишь при выполнении исходных предпосылок, в справедливости которых необходимо убедиться для корректного применения метода на практике.

Так как системы гипотез регрессионного и интервального анализов близки, процедуры проверки во многом аналогичны. В частности, одинаковые трудности возникают при одновременном нарушении нескольких гипотез. Вместе с тем проверка предпосылок интервального анализа проще, хотя бы потому, что нет гипотезы о характере распределения ошибки.

Интервальные ошибки измерения. Как следует из формулы (1.27), одно из основных допущений интервального анализа состоит в том, что исследователю в каждом *i*-м опыте точно известен интервал $\boldsymbol{y}_i = [\underline{y_i}; \overline{y_i}]$, который наверняка накрывает неизвестное истинное значение выходной переменной $y_0(x_i)$.

На практике трудно ожидать, что края интервалов $\boldsymbol{y}_i$ будут заданы абсолютно точно, в частности возможны следующие варианты неточного задания информации об интервальной ошибке измерения.

Ошибочное расширение интервалов. Рассмотрим ситуацию, когда интервальная ошибка задана большей, чем на самом деле, т.е. исследователь указал интервалы $\overline{\boldsymbol{y}_i}$ более широкими, чем истинные интервалы $\boldsymbol{y}_i$:

$\overline{\boldsymbol{y}}_i \supset \boldsymbol{y}_i$.

В этом случае система неравенств (1.29) остается совместной, причем множество ее решений $\overline{\Omega}$ будет включать в себя истинное множество Ω, т.е. $\overline{\Omega} \supset \Omega$.

Естественно, что коридор ошибок интервальной модели, построенной с использованием множества $\overline{\Omega}$, будет шире, чем на самом деле.

Вместе с тем можно ожидать, что если неточно заданы лишь некоторые интервалы, то при достаточно большом количестве опытов влияние на общую точность модели и размер множества Ω будет незначительным.

При точно известной структуре модели характерным признаком ошибки в задании пределов измеряемой величины является возможность проведения через интервальные измерения более простых функций, чем постулировалось. Этот факт сравнительно легко обнаруживается при проверке значимости коэффициентов.

Можно сделать вывод, что ошибочное расширение интервалов не приводит к слишком неприятным последствиям, так как даже пренебрегая этим фактором, исследователь получает работоспособную интервальную модель объекта, хотя и с завышенным коридором ошибок.

Ошибочное сужение интервалов. Пусть пределы измерения $\underline{\boldsymbol{y}}_i$ заданы более узкими, чем истинные $\boldsymbol{y}_i$, т.е. $\underline{\boldsymbol{y}}_i \subset \boldsymbol{y}_i$.

Анализируя этот случай более детально, можно прийти к выводу, что если интервал $\underline{\boldsymbol{y}}_i$ уже истинного интервала $\boldsymbol{y}_i$ и содержит истинное измерение y_0, то при точно известной структуре модели особых неприятностей не происходит, так как интервальная модель будет построена, хотя и с "зауженным" коридором ошибок.

Хуже обстоит дело, когда интервал $\underline{\boldsymbol{y}}_i$ не пересекается с интервалом $\boldsymbol{y}_i$ и, следовательно, не содержит истинного измерения y_0.

Тогда система неравенств может оказаться несовместной (Ω=∅), так как не удается провести функцию заданного вида через все интервальные измерения, включая и заведомо ошибочное.

Однако именно этот факт и является сам по себе надежным тестом, позволяющим проверить справедливость исходной гипотезы.

Проверка значимости коэффициентов. Так как множество Ω, описываемое формулой (1.30), определяет область возможных значений параметров $\boldsymbol{\beta}_i$, проверка различных гипотез относительно вектора $\boldsymbol{\beta}$ или отдельных его компонент $\boldsymbol{\beta}_i$ при интервальном анализе оказывается достаточно простой.

Например, гипотеза о равенстве вектора $\boldsymbol{\beta}$ некоторому заданному вектору $\boldsymbol{c}$ проверяется следующим образом:

$$H_0 : \boldsymbol{\beta} = c \begin{cases} \text{принимается, если } \boldsymbol{c} \in \Omega \\ \text{отвергается, если } \boldsymbol{c} \notin \Omega \end{cases} \tag{1.41}$$

Особую роль в интервальном анализе играет проверка значимости коэффициентов, позволяющая установить знак соответствующего коэффициента.

Если в формуле (1.41) в качестве вектора c задан нулевой вектор $c = 0$ и гипотеза H_0 принимается ($0 \in \Omega$), это означает, что все коэффициенты модели незначимы, т.е. между выходной переменной y и входными переменными $x_{l,\ldots}$, x_n нет никакой связи. В качестве модели может быть взята функция $y(x)=0$, проходящая в данном случае через все интервальные измерения.

Такая крайняя ситуация ($0 \in \Omega$), когда все коэффициенты модели оказались незначимыми, может возникнуть лишь при очень неточных измерениях.

Более часто возникают ситуации, когда незначимыми оказываются отдельные коэффициенты, т.е. принимается гипотеза

$$H_0 : \boldsymbol{\beta}_1 = c_1, \boldsymbol{\beta}_2 = c_2, \ldots, \boldsymbol{\beta}_i = 0, \ldots, \boldsymbol{\beta}_m = c_m.$$

При этом, гипотеза

$$H_0: \boldsymbol{\beta}_1 = c_1, \boldsymbol{\beta}_2 = 0.$$

принимается, если выбрать константу c в пределах $c_1 \le c \le c_2$.

При проверке значимости коэффициентов могут возникать ситуации, когда нельзя объявить незначимыми оба коэффициента ($0 \notin \Omega$), но может быть принята гипотеза о равенстве нулю одного из них.

Если вместо области Ω использовать описанную призму Π^+, задаваемую формулой (1.33), проверка значимости коэффициентов упрощается, так как справедливо следующее утверждение:

все коэффициенты модели значимы, если область Ω *и, следовательно, призма* Π^+*, принадлежат одному октанту пространства* R^n.

Это имеет место, если знаки границ $\underline{b_i}$ и $\overline{b_i}$ для всех параметров в формуле (1.33) одинаковые, т.е.

$$sign\,\underline{b_i} = sign\,\overline{b_i} \qquad \forall i = 1, \ldots, m. \quad (1.42)$$

Если для некоторого коэффициента $\boldsymbol{b}_i$ условие (1.42) нарушается, т.е. границы $\underline{b_i}$ и $\overline{b_i}$ имеют разные знаки, то знак соответствующего коэффициента может быть как положительным, так и отрицательным и, следовательно, гипотеза H_0: $\boldsymbol{\beta}_l = 0$ принимается.

Обусловленность матрицы эксперимента. Выше было отмечено существенное влияние информационной матрицы эксперимента (F^TF), в частности ее обусловленности, на точность регрессионной модели.

В соотношениях интервального анализа матрица (F^TF) не фигурировала, однако проблема обусловленности играет в нем такую же важную роль.

Заметим, что угловые точки b_j^* множества Ω являются решениями систем линейных уравнений

$$b_j^* = F_j^{-1} Y_j,$$

где F_j - подматрицы размера ($m \times n$) матрицы эксперимента F; Y_j - вектор, составленный из значений $\underline{y_i}$ и $\overline{y_i}$.

При плохой обусловленности подматриц F_j решения b_j^* неустойчивые, что приводит к деформации множества Ω, т.е. его "вытягиванию" вдоль некоторых направлений.

Следовательно, появляются эффекты, аналогичные возникающим при деформации доверительного эллипсоида в случае плохо обусловленной информационной матрицы, когда одна из его осей стремится к бесконечности.

Некоторым утешительным обстоятельством интервального анализа является факт "игнорирования" неинформативных измерений, которые часто и приводят к плохой обусловленности.

Наилучшая интервальная модель. Опираясь на введенное выше определение адекватной модели (гипотеза H_3), легко получить, что адекватной является любая модель

$$\hat{y}(\mathrm{x}) = \varphi^T(x)\, b, \text{ с оценками } b \in \Omega \text{ при } \Omega \neq \varnothing$$

Если же множество Ω возможных значений параметров является пустым, т.е. не существует ни одного решения системы линейных неравенств (1.29), то в выбранном классе функций нельзя найти адекватной (в смысле определения (1.28)) модели.

Ясно, что адекватную модель всегда можно найти, усложняя систему базисных функций $\varphi_i(x)$ (например, увеличивая степень полинома, если $\varphi_i(x)$ - степенные функции).

Однако так же, как и в регрессионном анализе, возникает опасность "переусложнения" функции и включения в нее лишних членов.

В этой ситуации проявляются преимущества интервального анализа, обусловленные следующим не совсем тривиальным свойством интервальных моделей.

Действительно, пусть по результатам одного и того же эксперимента с интервальной ошибкой ищутся две модели:

$$\hat{y}_1(x) = \varphi^T(x) b_m + \psi^T(x) b_k, \tag{1.43}$$

$$\hat{y}_2(x) = \varphi^T(x) b_m, \qquad (1.44)$$

где b_m, b_k — векторы размерности m и k соответственно.

Легко заметить, что модель (1.44) является частью модели (1.43), и, следовательно, более простая.

Предположим, что множества Ω_1 и Ω_2 возможных значений параметров моделей (1.43) и (1.44) непустые, т.е. $\Omega_1 \neq \varnothing$ 0 , $\Omega \neq \varnothing$.
Тогда справедливо следующее утверждение.

Утверждение. Ошибка прогноза Δy_2 для простой модели (1.44) при любом x не больше, чем у сложной модели, т.е.

$$\Delta y_2(x) \leq \Delta y_1(x) \quad \forall x. \qquad (1.45)$$

Используя формулы (1.39) и (1.40) можно проверить справедливость неравенства (2.49) если записать разность ошибок моделей в виде

$$\Delta y_1(x) - \Delta y_2(x) = \{\max(\varphi^T(x) b_m + \psi^T(x) b_k) - \min(\varphi^T(x) b_m + \psi^T(x) b_k)\}$$
$$- \{\max \varphi^T(x) b_m - \min \varphi^T(x) b_m\} = \max \psi^T(x) b_k - \min \psi^T(x) b_k.$$

Очевидно, что эта разность неотрицательна при любом x, что и доказывает справедливость формулы (1.45).

Таким образом, в интервальном анализе более простая модель (если она существует) оказывается одновременно и более точной, т.е. у нее меньше максимальная и средняя ширина коридора ошибок.

На основе утверждения (1.45) введем следующее понятие: *наилучшей интервальной моделью следует считать наиболее простую функцию (с наименьшим числом коэффициентов или наиболее простой структуры), проходящую через все интервальные измерения.*

Если класс базисных функций задан, то процедура построения наилучшей интервальной модели предусматривает проверку значимости коэффициентов.

При этом незначимые коэффициенты последовательно отбрасываются до тех пор, пока система линейных неравенств (1.29) еще имеет решение или оставляют только значимые параметры модели.

Полученная модель будет наилучшей в рассмотренном выше смысле, т.е. она является простейшей по структуре и наиболее точной.

1.6. Постановки задач

В обзоре методов анализа интервальных данных были рассмотрены различные подходы. Первый путь – статистика интервальных данных. Применение ее рассматривается в контексте малой ширины интервалов, или малых погрешностей измерений. Это в свою очередь накладывает существенные ограничения на использование этих методов, да и философия анализа данных в этом случае имеет стохастическое направление. Настоящая диссертация, как было отмечено ранее, выдержана в другом научном направление – анализе данных как целостных объектов (интервалов). Поэтому и методика анализа должна руководствоваться принципами изложенными в пунктах 1.5.2.1.-1.5.2.5. В этих пунктах рассмотрена реализации анализа данных с уже известной структурой системы, известными входами и выходами. Но в случае моделирования измеряемой технологической информации первая возникающая задача обусловлена получением структуры системы $\sum$ и разработкой соответствующих интервальных алгоритмов кластеризации входной технологической информации по матрице A. (см. рис.1.1). Далее в полученных объектах или системах с помощью алгоритмов кластеризации приходим ко второй глобальной задаче - так называемая обратной задаче системного анализа или задаче идентификации для статических (безынерционных) систем, заданных зависимостью вход-состояние-выход.(см. рис. 1.2.) Согласно [31,32], *под идентификацией в широком смысле понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели реального объекта, выраженной в тех или иных терминах*.

Задача статической идентификации объекта управления формулируется как задача определения его оператора (в нашем случае F) при наблюдение за случайными входными и выходными сигналами. [33] Заметим, что основным для нас является то, что случайности в данных нет, а есть лишь интервальная неопределенность.

В аксиомах используется фиксируемый вектор входных параметров *x*, и это никак не учитывает интервальную неопределенность входов. Поэтому необходимо расширить аксиомы и использовать более полную интервальную информацию для идентификации.

В пункте 1.5.2.2. рассматривается получение такого оператора следующим способом – аппроксимацией множества с помощью призм или получение внешней оценки множества решений задачи. При этом $\Pi^+ \supset \Omega$, т.е. призма Π^+ содержит лишние точки *b*, не удовлетворяющие условиям (1.29) или условиям самой задачи идентификации. Повторимся, что при сильно вытянутой форме области Ω отличие Π^+ от Ω может быть довольно существенным. Поэтому нашем случае при достаточно не изученных связях в данных такой способ не приемлем. Когда же задана некоторая внутренняя точка $b^* \in \Omega$, то можно построить также призму Π^- (см. рис. 1.6), вычисляя $\underline{b_i}$ и $\overline{b_i}$ из условия

$$\underline{b_i} = \min_{\alpha \in \Omega}(b_i^* - \alpha), \qquad \overline{b_i} = \max_{\alpha \in \Omega}(b_i^* - \alpha).$$

или внутреннюю оценку множества решений Ω. Нам такая точка не известна.

Тогда возникают следующие задачи при идентификации систем типа (см. рис. 1.2) задача получения внутренней точки из множества решений Ω и построение вокруг нее призмы или далее бруса решения для получения оператора отображения *F*.

И последняя задача – это разработка комплекса методов и алгоритмов, реализованного в виде программного приложения, позволяющего в короткие сроки обрабатывать измерительную технологическую информацию.

2. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМНЫХ СВЯЗЕЙ НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЯЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМ

Анализ интервальной технологической информации, полученной из интегрированной системы управления данными предприятия невозможен без их предварительной подготовки и обработки. При исследованиях количество параметров изделий может варьироваться от десятков до сотен, причем степень воздействия каждого из них на систему Σ в начальный момент не ясна. Приступать к работе по непосредственному определения модели в этих условиях нельзя, так как может оказаться, что некоторые из интервальных факторов мало информативны или вообще не воздействуют и не участвуют в системе Σ. Так же в данных могут обнаруживаться пропуски и некорректно занесенная информация, далеко отстоящая от реальных значений параметров. Следовательно, первым этапом в анализе интервальной технологической информации должно быть следующее:

- заполнение пропусков в данных
- нахождение и исправление ошибочных значений параметров
- отброс малоинформативных параметров
- ортогонализация параметров

2.1. Методы предобработки исходной интервальной информации

Заполнение пропусков. Как было рассмотрено в Главе 1, первоначально система Σ описывается интервальной матрицей $\boldsymbol{A} = \left\| \boldsymbol{a}_{ij} \right\|$, размерностью $m \times n$. Матрица содержит весь набор характеристик связанных с экземплярами изделий, где j-ые столбцы соответствуют каждой отдельно взятой характеристики (фактору) по одноименному экземпляру изделия, ($j = \overline{1,n}$), а i-ые строки содержат конкретные значения характеристик (факторов) экземпляров изделий, полученные при i-ом измерении, ($i = \overline{1,m}$). При этом некоторые из $\boldsymbol{a}_{ij}$ не заполнены.

Предложение: Заполнять пустые значения $\boldsymbol{a}_{ij}$ характеристикой $\boldsymbol{a}_j^*$ среднего интервала по параметру, рассчитываемого по следующей формуле

$$\boldsymbol{a}_j^* = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}[\underline{a_{ij}}, \overline{a_{ij}}] \tag{2.1}$$

Нахождение и исправление ошибочных значений параметров. При измерение параметров изделий, технологических процессов их получения и ресурсов участвующих при производстве возникают ошибки измерений превосходящие по своему покрытию погрешности. Это возникает в случаях некорректного занесения значений параметров на местах. Из практического опыта технологов все значения по параметру не должны отклоняться от среднего значения интервала больше, чем на следующую величину

$$\sigma = 3 * \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(\max(|\underline{a_{ij}} - \underline{a_j^*}|, |\overline{a_{ij}} - \overline{a_j^*}|))^2} \tag{2.2}$$

Если расстояние от интервала $\boldsymbol{a}_{ij}$ до $\boldsymbol{a}_j^*$ больше, чем σ, то его заменяем на значение среднего интервала $\boldsymbol{a}_j^*$ (см. рис. 2.1.)

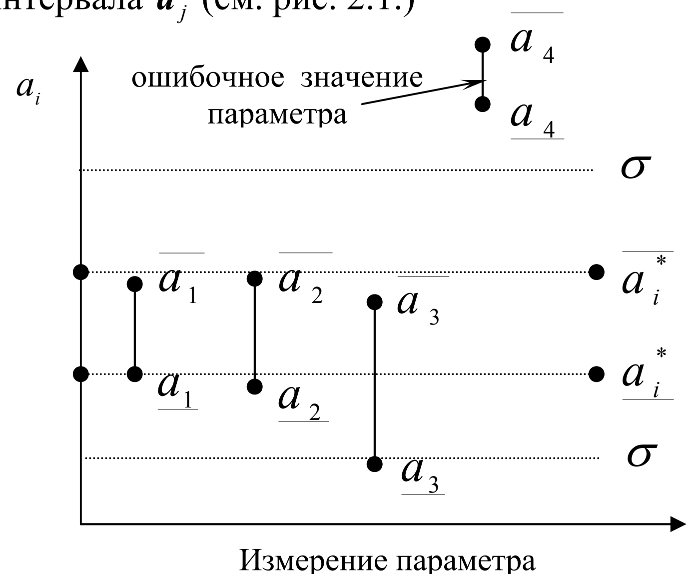

Рис. 2.1. Ошибочные значения параметров

Отброс малоинформативных параметров. Процедура нахождение и исправление ошибочных значений измеряемых параметров, также дает преимущество при исключении параметров, количество пропусков в которых велико. При этом получаем интервальный вектор с одинаковыми значениями, не изменяющимися по всей совокупности измерений и следовательно не влияющий на остальные параметры. Такие параметры могут изначально содержаться в исходной матрице $\boldsymbol{A}$. Все они являются неинформативными, поэтому удаляются из $\boldsymbol{A}$.

Ортогонализация параметров. Обусловленность матрицы $\boldsymbol{A}$ оказывает существенную роль на точность интервальной модели.

При плохой обусловленности подматриц матрицы $\boldsymbol{A}$ параметры модели, неустойчивые, что приводит к деформации множества Ω, т.е. его "вытягиванию" вдоль некоторых направлений.

Следовательно перед дальнейшей обработкой матрицы $\boldsymbol{A}$ необходимо произвести ее ортоганализацию. Согласно [2], интервальная матрица является не вырожденной, если точечные матрицы ей принадлежащие так же являются невырожденными. Тогда для получения хорошо обусловленной матрицы $\boldsymbol{A}$ можно взять точечную систему, образованную срединами интервалов $\boldsymbol{a}_{ij} \in \boldsymbol{A}$.

В [23] предполагается определение линейно независимой комбинации векторов непосредственно по матрице входных параметров, при этом если $m>n$, где m число параметров, а n - число интервалов по параметру, то в результате может сложиться ситуация, когда будут отброшены m-n значений векторов. В силу предотвращение этого факта предлагается следующий алгоритм нахождения линейно-независимой комбинации.

I. Рассчитать точечную матрицу A=||a_{ij}||, размерностью $m \times n$, где $a_{ij} = \text{mid}\ \boldsymbol{a}_{ij}$, $\boldsymbol{a}_{ij} \in \boldsymbol{A}$, $j = \overline{1,n}$, $i = \overline{1,m}$.

II. Рассчитать матрицу Грама G=||g_{kl}|| [34] для точечной системы A=||a_{ij}||, где $k,l=\overline{1,n}$; n – количество столбцов матрицы A; m – количество строк матрицы A;

$$g_{kl} = \frac{m\sum_{i=1}^{m} a_{ik} a_{il} - \sum_{i=1}^{m} a_{ik} \sum_{i=1}^{m} a_{il}}{\sqrt{\left(m\sum_{i=1}^{m}(a_{ik})^2 - \left(\sum_{i=1}^{m}(a_{ik})\right)^2\right)\left(m\sum_{i=1}^{m}(a_{ik})^2 - \left(\sum_{i=1}^{m}a_{il}\right)^2\right)}} \quad (2.3)$$

III. Проверить последовательно все миноры матрицы Грама. Если минор равен 0, то в совокупности векторов содержатся линейно-зависимые. Последний вектор является линейно-зависимым с каким либо другим вектором. Поэтому удаляем последний вектор из дальнейшего рассмотрения из ***A*** и получаем *G* без этого вектора. Возвращаемся к предыдущему шагу, размерность минора не увеличиваем.

В дальнейших исследованиях используется полученная ортогональная матрица Грама *G* в качестве матрицы мер взаимодействия между измеряемыми параметрами и характеристиками качества для выявления структуры системы.

Реализация его намного проще, чем алгоритма в [23]. В результате этого мы учтем не только все параметры, но и всю совокупность интервалов. Итак, закончив предварительную обработку интервальной матрицы ***A***, переходим к кластеризации интервальных данных.

2.2. Методика кластеризации интервальных данных. Выявление зависимых подсистем

В кластерном анализе используется подход, при котором все группировочные параметры одновременно участвуют в группировке, т.е. они учитываются все сразу при отнесении наблюдения в ту или иную группу. При этом, как правило, не указаны четкие границы каждой группы, а также неизвестно заранее, сколько же групп целесообразно выделить в исследуемой совокупности.

Кластерный анализ одно из направлений исследования статических систем. Необходимость развития методов кластерного анализа и их использование продиктовано прежде всего тем, что они позволяют построить научно обоснованные классификации, выявить внутренние связи между единицами наблюдаемой совокупности.

В случае кластеризации исходной матрицы параметров изделий нам необходимо получить некоторую структуру в интервальных данных, попытаться установит наличие взаимосвязей в подсистемах.

Для выявления классификации необходимо ввести понятие сходства объектов по наблюдаемым переменным. В каждый кластер, подсистему должны попасть объекты, имеющие сходные характеристики.

Сходство или различие между классифицируемыми параметрами устанавливается в зависимости от выбранной количественной оценки. Если каждый объект описывается *k- значениями*, то он может быть представлен как точка в *k-мерном* пространстве, и сходство с другими объектами будет определяться как соответствующая количественная оценка.

Выбор меры сходства и весов для классифицирующих переменных – очень важный этап кластерного анализа, так как от этих процедур зависит состав и количество формируемых кластеров, а также степень сходства объектов внутри кластеров.

В качестве меры сходства могут быть взяты различные количественные характеристики: меры расстояний между объектами с введенными метриками на пространстве; коэффициенты, характеризующие линейную зависимость и т.п.

Итак, для кластеризации интервальных параметров, используем следующие характеристики сходства:

1. Расстояние между интервальными векторами (1.6), согласно [1,2,6,7]:

$$\operatorname{dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \max\{|\underline{x}-\underline{y}|, |\overline{x}-\overline{y}|\}$$

определяем с помощью метрики

$$\operatorname{dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \max\{\|\underline{x}-\underline{y}\|, \|\overline{x}-\overline{y}\|\}, \qquad \boldsymbol{x},\boldsymbol{y} \in IR^n,$$

где $\|\cdot\|$ - абсолютная векторная норма на R^n.

2. Коэффициент $k_{line}(\mathbf{x},\boldsymbol{y})$, характеризующий степень линейной зависимости между измеряемыми параметрами; где $k_{line}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ рассчитывается по формуле, аналогичной для элемента матрицы Грама g_{kl} .

Далее рассчитываем матрицы взаимных мер сходств между измеряемыми параметрами. При этом если выбранная мера сходства $k_{line}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$, то используем ортогональную матрицу Грама из алгоритма предобработки данных.

Ортогональные матрицы взаимных мер сходств между интервальными векторами из исходной матрицы параметров $\boldsymbol{A}$, составленная из точечных значений (1.6), (2.3) имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_1),\mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2),...,\mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_n) \\ \mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{A}_1),\mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{A}_2),...,\mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{A}_n) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_n,\boldsymbol{A}_1),\mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_n,\boldsymbol{A}_2),...,\mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_n,\boldsymbol{A}_n) \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

$$\begin{pmatrix} k_{line}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_1),k_{line}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2),...,k_{line}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_n) \\ k_{line}(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{A}_1),k_{line}(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{A}_2),...,k_{line}(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{A}_n) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ k_{line}(\boldsymbol{A}_n,\boldsymbol{A}_1),k_{line}(\boldsymbol{A}_n,\boldsymbol{A}_2),...,k_{line}(\boldsymbol{A}_n,\boldsymbol{A}_n) \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

Матрицы (2.4) или (2.5) позволяет использовать алгоритмы кластеризации из [23,24,25]. Возьмем некоторые из них.

Как известно, самыми распространенными являются иерархические агломеративные методы. Сущность этих методов заключается в том, на первом шаге каждый параметр рассматривается как отдельный кластер. Процесс объединения кластеров происходит последовательно: на основании матриц (2.4), (2.5) объединяются наиболее близкие объекты. Если первоначально имеет размерность $n \times n$, то полностью процесс кластеризации завершается за n-1 шагов, в итоге все объекты будут объединены в один кластер. Последовательность объединения легко поддается геометрической интерпретации и может быть представлена в виде графа-дерева (дендрограммы). На дендрограмме указываются номера объединяемых объектов (параметров) и значение меры сходства, при котором произошло объединение. Рассмотрим наиболее известные алгоритмы – метод одиночной связи, метод полных связей, метод средней связи.

Метод одиночной связи. Алгоритм образования кластеров следующий: на основании матрицы сходства (различия) определяются два наиболее схожих или близких параметра, они образуют первый кластер. На следующем шаге выбирается объект, который будет включен в этот кластер. Таким объектом будет тот , который имеет наибольшее сходство хотя бы с одним из объектов, ужед включенных в кластер.

Метод полных связей. Включение нового параметра в кластер происходит только в том случае, если расстояние между параметрами не меньше некоторого заданного уровня.

Метод средней связи. Для решения вопроса о включении нового объекта в уже существующий кластер вычисляется среднее значение меры сходства, которое затем сравнивается с заданным пороговым уровнем. Если речь идет об объединении двух кластеров, то вычисляют расстояние между центрами и сравнивают ее с заданным пороговым значением.

2.3. Методика получения интервальных моделей интервальных подсистем для прогноза

После процедуры выявления совокупностей интервальных характеристик изделий возможно получение их зависимостей в виде интервальных линейных моделей.

На выходе алгоритма кластеризации имеем дерево подсистем, описанных интервальными матрицами $\boldsymbol{S}_z = \|\boldsymbol{s}_{ij}\|$, где $z = \overline{1,k}$, k — количество подсистем, j-ые столбцы соответствуют каждому отдельно взятому параметру подсистемы, ($j = \overline{1,n}$), а i-ые строки содержат конкретные значения параметров подсистем, полученные при j-ом измерении, ($i = \overline{1,m}$).

Выход подсистемы $\hat{\Sigma}$ является стабилизируемым, так как он варьируется в интервале ограничений, а входные воздействия — возмущающими, так как об их неопределенности данных нет. Поэтому система $\hat{\Sigma}$ задается следующим образом:

$$\hat{\Sigma} = <x_k\,, F(x,\,q),\, y> ,$$

где x_k– входные возмущения которые действуют в пределах интервалов $\mathbf{x}_k$, $k = \overline{1, r}$; y– стабилизируемый выход для которого необходимо обеспечить гарантированное попадание в интервал $\boldsymbol{y}$; q — вещественный вектор, описывающий внутреннее состояние системы, компоненты которого изменяются в пределах интервального вектора $\boldsymbol{q}$, соответственно.

Входы и выход подсистемы являются столбцами матрицы-кластера $\boldsymbol{S}_z$(рис.2.2.)

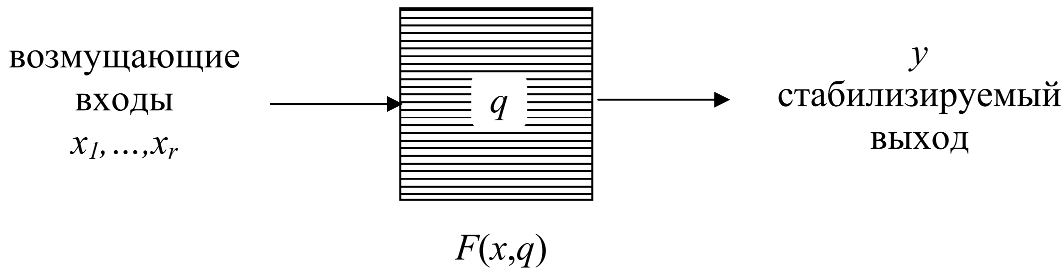

Рис. 2.2. Идентификация системы типа «чёрный ящик».

Тогда, для установления вида функции, описывающей зависимость некоторого выходной характеристики качества подсистемы от другого параметра или параметров, используем теоретические основы, рассмотренные в п.1.5.2.1-1.5.2.5 настоящей диссертации.

Основываясь на этих гипотезах, будем искать такое линейное отображение $F(x,q)$ или с точки зрения системного анализа статическое состояние системы, что бы выполнялось условие:

$$\underline{y_i} \le F(x,q) \le \overline{y_i} \qquad (2.9)$$

Для получения оператора линейного отображения F представим исходную матрицу-кластер $\boldsymbol{S}$ подсистемы в следующем виде:

$$\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b} \qquad (2.10)$$

где $\boldsymbol{A}$ – интервальная матрица входов системы размерностью $m{\times}n$, $\boldsymbol{b}$ - интервальный вектор описывающий выход подсистемы, x - вещественный вектор, описывающий внутреннее состояние системы, компоненты которого изменяются в пределах интервального вектора $\boldsymbol{x}$. *Допустимым множеством решений* системы (2.7) условимся называть множество $\Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$, образованное всеми такими векторами $x \in \mathrm{R}^n$, что произведение Ax попадает в интервал $\boldsymbol{b}$ для любого $A \in \boldsymbol{A}$, т.е.

$$\Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) = \Xi_{tol} = \left\{ x \in R^n \,\middle|\, (\forall A \in \boldsymbol{A})(\exists b \in \boldsymbol{b})(Ax = b) \right\}. \quad (2.11)$$

В качестве прикладных приложений, где необходим поиск допустимого множества решений ИСЛАУ являются следующие работы: задачи математической экономики (И. Рон [30]), автоматического управления (Н.А. Хлебалин [35, 36], А.В. Захаров и Ю.И. Шокин [37].

Согласно [38], *допустимое множество решений интервальной линейной системы, уравнений есть выпуклое многогранное множество в* R^n.

При этом, если размерность интервальной линейной системы уравнений велика, прямое описание её допустимого множества решений, при котором выписываются все ограничивающие гиперплоскости, становится трудоёмким и практически бесполезным. По этой причине, имеет смысл использовать лишь некоторые *оценки* для допустимого множества решений. Это означает, что допустимое множество решений $\Xi_{tol}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})$ заменяют на его внутреннюю оценку или иными словами аппроксимацию, формулируя подлежащую решению задачу в следующем виде [86–89]:

Найти (по возможности, больший) брус, который содержится в допустимом множестве решений данной интервальной линейной системы уравнений.

Получаем *линейную задачу о допусках* (сокращённо ЛЗД). Практическая значимость линейной задачи о допусках определяется тем, что она является, задачей стабилизации системы в заданном коридоре при наличии ограниченных неконтролируемых возмущений.

Специфической особенностью задачи о допусках является то, что решение нахождения допустимого множества решений может оказаться пустым даже для «хороших» интервальных данных. Поэтому, следуя работе Шарого С.П. [38], первым этапом отыскания оператора отображения F является проверка исходной ИСЛАУ на разрешимость.

2.3.1. Грубая проверка возможности получения интервальной модели

При решении линейной задачи о допусках самостоятельное значение имеет выяснение того, является допустимое множество решений пустым или непустым - исследование разрешимости задачи [38]. Результатам на эту тему посвящено несколько публикаций с начала 70-х годов прошлого века. Одним из первых И. Рон обратился к исследованию линейной задачи о допусках при изучении линейных экономических моделей межотраслевого баланса в условиях интервальной неопределённости, т.е. интервального уравнения Леонтьева. В его работах [30] были выведены явные формулы, позволяющие исследовать разрешимость линейной задачи о допусках.

В работе Н.А. Хлебалина [35] рассматривался следующий простой эвристический способ проверки разрешимости ЛЗД: в качестве наиболее вероятного представителя допустимого множества решений Ξ_{tol} $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ берётся решение $\tilde{x}$ «средней» точечной системы

$$(\mathrm{mid}\,\mathbf{A})\, x = \mathrm{mid}\,\mathbf{b},$$

которое затем тестируется на включение $\mathbf{A}\tilde{x} \subseteq \mathbf{b}$. Если же $\mathbf{A}\tilde{x} \not\subseteq \mathbf{b}$, то мы заключаем о «практической неразрешимости» линейной задачи о допусках, хотя, строго говоря, в этом случае никакого определённого суждения выносить нельзя. Этот «тест средней системы» работает лишь когда матрица $\boldsymbol{A}$ «достаточно узка» в сравнении с вектором правой части $\boldsymbol{b}$ и не способен исследовать тонких пограничных ситуаций.

Согласно [38] дадим простое достаточное условие неразрешимости линейной задачи о допусках, базирующееся на сравнении «относительных узостей» элементов интервальной матрицы и вектора правой части. Оно предназначено для предварительного быстрого исследования задачи о допусках.

Если i-ая строка $\boldsymbol{A}$ содержит только нулевые элементы, то для непустоты допустимого множества решений необходимо $\boldsymbol{b}_i \ni 0$. Если же это условие выполнено, то свойство Ξ_{tol} $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ быть пустым или непустым зависит уже только от других, не i-ых строк матрицы $\boldsymbol{A}$ и компонент $\boldsymbol{b}$. Таким образом, можно предполагать далее, что $\boldsymbol{A}$ не имеет нулевых строк.

Итак для осуществления грубой проверки разрешимости задачи получения интервальной модели используем следующую теорему [38]

Теорема 2.1 Пусть в системе уравнений $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ *интервальная* $m \times n$ *-матрица* $\boldsymbol{A}$ *и интервальный m-вектор* $\mathbf{b}$ *таковы, что для некоторого* $k \in \{1,2, \ldots, m\}$ *выполнены следующие условия:*

(1) $0 \notin \boldsymbol{b}_i$, где $i = \overline{1,m}$, m – число измерений;

(2) $\max\{\chi(\boldsymbol{a}_{ij} \mid j = \overline{1,n}, \boldsymbol{a}_{ij} \neq 0)\} < \chi(\boldsymbol{b}_i)$, где n – число входных векторов, χ – относительная узость интервала, определяемая по формуле:

$$\chi(\boldsymbol{a}_{ij}) = \begin{cases} \underline{\boldsymbol{a}_{ij}} / \overline{\boldsymbol{a}_{ij}}, \text{если } |\underline{\boldsymbol{a}_{ij}}| \le |\overline{\boldsymbol{a}_{ij}}|, \\ \overline{\boldsymbol{a}_{ij}} / \underline{\boldsymbol{a}_{ij}}, \text{иначе}. \end{cases}$$

2.3.2. Точная проверка возможности получения интервальной модели. Получение точки для аппроксимации множества решений

Так как допустимое множество решений ИСЛАУ может представлено в виде решения системы линейных неравенств, то вопрос о его пустоте или непустоте может быть разрешён посредством применения начального этапа стандартного симплекс-метода (так называемого «введения в базис»).

Разрешимость интервальной линейной задачи о допусках строится на аналитической характеризации допустимого множества решений. Для исследования разрешимости используем следующие [38]:

Пусть даны интервальная $m \times n$- матрица $\boldsymbol{A}$ и интервальный m-вектор правой части $\boldsymbol{b}$, а выражение

$$Tol\,(x;\boldsymbol{A},\boldsymbol{b}) = \min_{1\le i\le m}\left\{\operatorname{rad}\boldsymbol{b}_i - \left|\operatorname{mid}\boldsymbol{b}_i - \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{a}_{ij}x_j\right|\right\}$$

определяется функционал $Tol : \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}$. *Тогда принадлежность* $x \in \Xi_{tol}\,(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ *равносильна* $To1(x;\ \boldsymbol{A},\ \boldsymbol{b}) \ge 0$, *т.е. допустимое множество решений интервальной линейной системы* $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ *есть множество уровня*

$$\{x\in \mathrm{R}^n \mid Tol\,(x;\,\boldsymbol{A},\,\boldsymbol{b}) \ge 0\}$$

функционала Tol.

Отметим сразу же, что функционал $Tol\,(x;\,\mathbf{A},\,\mathbf{b})$ непрерывен по всем своим аргументам как в обычном смысле (это следует из непрерывности интервальных арифметических операций).

Будем называть функционал $Tol\,(x;\,\boldsymbol{A},\,\boldsymbol{b})$ *распознающим,* поскольку знак его значений позволяет «распознать» точки из $\Xi_{tol}\,(\boldsymbol{A},\,\boldsymbol{b})$. Аргументы этого функционала не вполне равноправны: с одной стороны, это исследуемая точка $x \in R^n$, а с другой - данные задачи, т.е. матрица $\boldsymbol{A}$ и вектор правой части $\boldsymbol{b}$. По этой причине отделяем их друг от друга точкой с запятой. Когда вторичные аргументы распознающего функционала - $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{b}$ - несущественны, мы будем опускать их, говоря просто о функционале $Tol\ (x)$.

Перечислим основные свойства функционала [38]:

1. Функционал $Tol\,(x)$ вогнутый.
2. Функционал $Tol\,(x)$достигает конечного максимума на всем R^n.
3. Если интервальная матрица $\boldsymbol{A}$ не имеет нулевых строк, то $y \in \operatorname{int}\Xi_{\mathrm{tol}}\,(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ влечет $To1(y;\,\boldsymbol{A},\,\boldsymbol{b}) > 0$
4. Если $To1(y;\,\boldsymbol{A},\,\boldsymbol{b}) > 0$, то $y \in \operatorname{int}\Xi_{\mathrm{tol}}\,(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) \ne 0$.

Используя функционал $Tol(x)$, используем методику исследования разрешимости линейной задачи о допусках, т.е. к критерию пустоты/непустоты допустимого множества решений интервальных линейных систем:

Решаем задачу безусловной максимизации вогнутого функционала

$$Tol\,(x; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) = \min_{1 \le i \le m} \left\{ \operatorname{rad} \boldsymbol{b}_i - \left| \operatorname{mid} \boldsymbol{b}_i - \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} x_j \right| \right\} \qquad (2.9)$$

Пусть $T = max_{\ x \in R^n}\ Tol\ (x;\ \boldsymbol{A},\ \boldsymbol{b})$ и это значение достигается функционалом в некоторой точке $\tau \in R^n$. Тогда

- если $T \ge 0$, то $\tau \in \Xi_{tol}\ (\boldsymbol{A},\ \boldsymbol{b}) \neq \varnothing$, т.е. линейная задача о допусках для интервальной линейной системы $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ совместна и точка τ лежит в допустимом множестве решений;
- если $T > 0$, то $\tau \in \operatorname{int} \Xi_{tol}\ (\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) \neq \varnothing$, и принадлежность точки τ допустимому множеству решений устойчива к малым возмущениям данных - матрицы и правой части системы;
- если $T < 0$, то $\Xi_{tol}\ (\boldsymbol{A},\ \boldsymbol{b}) = \varnothing$, т.е. линейная задача о допусках для интервальной линейной системы $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ несовместна.

В настоящее время максимизация негладких вогнутых функционалов является неплохо разработанным вопросом вычислительной оптимизации. За последние десятилетия прошедшего века было предложено немало эффективных численных методов решения этой задачи (см., например, монографии [39, 40, 41] и указанные там ссылки). Это даёт основание полагать, что развитый нами в этом параграфе критерий разрешимости линейной задачи о допусках действительно вполне практичен. В частности, в [42] описаны некоторые методы, находящие точное значение максимума вогнутых функционалов с многогранными графиками, склеенными из кусков гиперплоскостей. Если же размерность задачи о допусках невелика, то для максимизации распознающего функционала можно использовать методы прямого поиска [43].

Существует весьма широкий класс задач оптимизации, которые сводятся к нахождению интервальных, либо нечетко-интервальных целевых функций от четких не интервальных аргументов. Например, целевая функция может быть представлена в виде регрессионного полинома, коэффициенты которого известны с точностью до интервала. Практика показывает, что такого рода задач значительно больше, чем кажется на первый взгляд. Игнорирование интервального (нечетко-интервального) характера задачи дает решение в виде некоторых четких чисел, при этом близость их к нижним возможным или верхним возможным значениям никак не может быть оценена. На практике это приводит к неудовлетворенности полученными результатами лиц, принимающих решение.

Поэтому для повышения эффективности решения задач оптимизации было исследовано несколько вариантов интервального расширения методов поиска экстремумов интервальных целевых функций. В качестве возможных подходов были проанализированы прямые выборочные процедуры, адаптивный алгоритм случайного поиска с переменным шагом, стохастический метод Ноллау-Фюрста. При этом не рассматривались методы оптимизации 1-го и 2-го порядков, поскольку они связаны с взятием 1-ой и 2-ой производной, что для интервальных и нечетко-интервальных функций часто представляется задачей практически невыполнимой.

Тестирование показало [46], что наиболее эффективным для решения многоэкстремальных задач является метод прямых выборочных процедур с уменьшением интервала поиска, не связанный с использованием производной, в связи с чем снимается требование гладкости (непрерывности и дифференцируемости) функции. Другие проанализированные методы ориентированы на поиск локального экстремума и являются неэффективными для решения подобных задач. Опишем выбранный алгоритм оптимизации в традиционной форме [46]:

Исходными данными для решения задачи оптимизации являются:

- максимизируемая функция Tol от n переменных:

$$Tol\ (x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (2.10)$$

- допустимые границы варьирования переменных x_i:

$$\underline{x_i} < x_i < \overline{x}_i, \quad i = 1..n; \qquad (2.11)$$

- функциональные ограничения:

$$g_i(x_1,.. x_n) < b_j, j = 1 .. c, \tag{2.12}$$

где c - количество функциональных ограничений.

Поиск оптимального решения осуществляется в Q сериях по P итераций в каждой серии. Количество итераций в серии P определяется в результате исследования конкретной модели в зависимости от ее сложности (количества переменных, ширины их диапазонов варьирования).

Количество серий Q определяется из соображений точности, накладываемой на искомые параметры:

$$(1-\varepsilon)^Q \le \frac{eps}{\max\limits_{i=1..n}(z_i)}, \tag{2.13}$$

где eps - точность вычислений; ε - параметр, определяющий уменьшение интервала поиска (обычно ε = 0.05); z_i - диапазон варьирования неизвестных x_i: $z_i = \overline{x}_i - \underline{x}_i$, $i = 1...n$.

В результате математических преобразований выражение для Q представляется в явной форме:

$$Q\ln(1-\varepsilon) = \ln\left(\frac{eps}{\max(z_i)}\right)$$

$$Q = \frac{\ln(eps/\max(z_i))}{\ln(1-\varepsilon)} \tag{2.14}$$

Опишем этапы реализации алгоритма оптимизации.

<u>Шаг 1.</u> Определяется начальное решение. Его получаем как середины варьируемых диапазонов для каждой переменной:

$$x_i^0 = \frac{\underline{x}_i + \overline{x}_i}{2}, i = 1...n. \tag{2.15}$$

В расчетах вектор оптимальных значений {x*} и вектор промежуточного оптимума $\{x^q\}$ полагаются равными вектору начальных решений $\{x^0\}$:

$$\{x^*\} = \{x^q\} = \{x^0\} \tag{2.16}$$

<u>Шаг 2.</u> Вычисляется случайная точка X:

$$x_i = x_i^q + r\, z_i,\ i = 1... n, \tag{2.17}$$

где r - случайная величина, равномерно распределенная на интервале (-0.5, 0.5).

Шаг 3. Выполняется проверка на допустимость.

Если $x_i < \underline{x}_i$, принимаем $x_i = \underline{x}_i$.

Если $x_i > \overline{x}_i$, принимаем $x_i = \overline{x}_i$;.

На этом шаге также производится проверка на удовлетворение функциональныv ограничениям типа (2.12). При неудовлетворении хотя бы одному ограничению данная точка отбрасывается, после чего происходит возвращение на Шаг 2.

Шаг 4. Вычисляется функция $Tol(\{x\})$. Если при минимизации Tol ({x}) $>Tol$ $\{x^*\}$), то принимаем $\{x^*\} = \{x\}$. Если $p<P$, увеличиваем p на 1 и переходим к шагу 2.

Если $p = P$, переходим к шагу 5.

Шаг 5. Если $q<Q$:

- принимаем $\{x^q\}=\{x^*\}$;
- уменьшаем интервал поиска:

  $\{z\} = \{z\}(1\text{-}\varepsilon)$
- увеличиваем Q на 1 и переходим к шагу 2.

Если $q = Q$ – заканчиваем вычисления.

В нашем случае функциональные ограничения отсутствуют и алгоритм упрощается благодаря отсутствию дополнительных проверок.

2.3.3. Конструирование аппроксимирующего бруса решения задачи идентификации

Как только установлена разрешимость линейной задачи о допусках и найдена точка в допустимом множестве решений, можно построить брус решения задачи, используя известную точку из Ξ_{tol} $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ как центр этого бруса [38]. В построении следуем «центровому подходу», развивавшемуся Н.А. Хлебалиным [35], А. Ноймайером [44], В.В. Шайдуровым и С.П. Шарым [45] и другими авторами, в котором уже найденная точка допустимого множества решений берётся в качестве центра строящегося интервального решения. В формуле, рассмотренной ниже, для его размеров решающую роль играет взятие минимума по некоторому брусу от рациональной функции с модулями, так что дальнейшее решение линейной задачи о допусках сводится к задаче конечномерной ограниченной оптимизации на брусе.

Простейшим способом конструирования интервальных решений линейной задачи о допусках вокруг известного центра является следующий алгоритм, предложенный А.Ноймайером в [44]:

Таблица. 2.1. АлгоритмНоймаера для вычисления размера бруса решения линейной задачи о допусках

Для данного $t \in \Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ вычисляем наибольшее неотрицательное η, такое что $\eta \cdot \boldsymbol{Ae} \subseteq \boldsymbol{b} \ominus \boldsymbol{A}t$ Интервальный вектор $(t + \eta\boldsymbol{e})$, $\boldsymbol{e} = ([-1, 1], \ldots, [-1,1])^{\mathrm{T}}$, есть внутренняя оценка допустимого множества решений $t \in \Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$

Последнее следует из того факта, что

$$\boldsymbol{A}x \subseteq \boldsymbol{A}(t + \eta\boldsymbol{e}) \subseteq \boldsymbol{A}t + \boldsymbol{A}(\eta\boldsymbol{e}) \subseteq \boldsymbol{A}t + \boldsymbol{b} \ominus \boldsymbol{A}t = \boldsymbol{b}$$

для каждого $x \in t + \eta\boldsymbol{e}$.

Основой рассматриваемой далее методики является следующая теорема [38]:

Если $t \in \Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$, *то для*

$$r = \min_{1 \le i \le m} \min_{A \in vert\boldsymbol{A}} \left\{ \frac{\operatorname{rad}(\boldsymbol{b}_i) - \left| \operatorname{mid}(\boldsymbol{b}_i) - \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} t_j \right|}{\sum_{j=1}^{n} \left| \boldsymbol{a}_{ij} \right|} \right\} \qquad (2.18)$$

интервальный вектор $\boldsymbol{U} = (t + r\boldsymbol{e})$ также целиком лежит во множестве решений $\Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$.

Ранее В.В. Шайдуров установил в [45,52], что если $t \in \Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$, то для

$$r = \min_{1 \le i \le m} \min_{A \in \boldsymbol{A}} \left\{ \frac{\operatorname{rad}(\boldsymbol{b}_i) - \left| \operatorname{mid}(\boldsymbol{b}_i) - \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} t_j \right|}{\sum_{j=1}^{n} \left| \boldsymbol{a}_{ij} \right|} \right\} \tag{2.19}$$

интервальный вектор (t + $r\boldsymbol{e}$) включён в Ξ_{tol} ($\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{b}$). Его формула практически совпадает с (2.18) за исключением того, что внутренний минимум берётся по *всем* матрицам $A \in \boldsymbol{A}$, а не по *конечному* множеству крайних матриц. Это не влияет на окончательный результат, который совершенно идентичен для обеих формул. Функция в фигурных скобках (2.19) является квазивогнутой. Минимум квазивогнутой функции достигается, как известно, в крайних точках выпуклой области определения. Таким образом, для всякого i = 1,2…..m, выражения в фигурных скобках (2.19) принимают свои минимальные значения на $A \in \boldsymbol{A}$ в вершинах интервальных векторов ($\boldsymbol{a}_{i1}$, $\boldsymbol{a}_{i2}$, . . . , $\boldsymbol{a}_{in}$) откуда и следует формула (2.18).

По смыслу линейной задачи о допусках нам нужны либо точные значения величин (2.18) и (2.19), либо оценки для них снизу, и простейший способ их получения состоит в том. чтобы взять левый конец *естественного интервального расширения* по $\boldsymbol{A}$ для выражений в фигурных скобках (2.19). Иными словами, заменяем переменные a_{ij} интервалами их изменения $\boldsymbol{a}_{ij}$, выполняем арифметические операции между ними по правилам классической интервальной арифметики, затем берём нижний конец результирующего интервала. Алгоритм, представленный в ниже и впервые предложенный В.В. Шайдуровым (см. [45, 52]), именно так и делает Табл. 2.2.:

Таблица. 2.2. Алгоритм Шайдурова для вычисления размера бруса решения линейной задачи о допусках

Для данного $t \in \Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ вычисляем интервалы $$\boldsymbol{r}_i = \frac{\mathrm{rad}\,(\boldsymbol{b}_i) - \left\| \mathrm{mid}\,(\boldsymbol{b}_i) - \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} t_j \right\|}{\sum_{j=1}^{n} \left\| \boldsymbol{a}_{ij} \right\|}$$ $i = 1, 2, \ldots, m$, и затем полагаем $$\varsigma = \min_{1 \le i \le m} \underline{\boldsymbol{r}_i}\,.$$ Интервальный вектор $(t + \varsigma \boldsymbol{e})$, $\boldsymbol{e} = ([-1, 1], \ldots, [-1, 1])^{\mathrm{T}}$, Есть внутренняя оценка допустимого множества решений $\Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$.

Поскольку и числитель и знаменатель минимизируемого выражения содержат лишь по одному вхождению каждой из переменных $\boldsymbol{a}_{ij}$ в первой степени, то метод Шайдурова, в действительности, эквивалентен оцениванию минимума дроби как частного от минимума числителя на максимум знаменателя. Относительная точность такого оценивания,[45,52], тем выше, чем меньшей является ширина матрицы $\boldsymbol{A}$.

Как метод Шайдурова, так и метод Ноймайера просты и легко реализуемы: если уже найдена точка $t \in \Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$, то построение интервального решения вокруг неё требует всего $O(mn)$ арифметических операций. Но это достигается ценой значительного огрубления окончательного результата, особенно для широких интервальных матриц $\boldsymbol{A}$.

В выражении (2.18) взятие минимума по $i = 1, 2, \ldots, m$ не представляет трудностей, так что нашей основной задачей является, по возможности, наиболее точное оценивание снизу минимума по $A \in \boldsymbol{A}$ от выражения в фигурных скобках в (2.18) и (2.19). Более точные алгоритмы поиска внутреннего множества решений представлены в [38].

2.3.4. Аппроксимация интервальных зависимостей с помощью нейронных сетей

В случае, если не удалось установить зависимость между измеряемыми параметрами в виде интервальной линейной функции, можно воспользоваться аппаратом нейронных сетей для аппроксимации отображение входов в выход подсистемы.

Используя нейронные сети со сравнительно небольшим числом нейронов, можно решать достаточно сложные задачи классификации и прогноза [103-106]. Нейронные сети представляют собой обучающиеся модели, что позволяет просто "доучивать" их при поступлении новых данных об экземплярах изделий, либо "переучивать" для обработки данных. Возможно использование малых обучающих выборок, не обеспечивающих получение достоверных результатов классическими методами.

Место программирования занимает процесс обучения (или настройки) нейронной сети [107]. Под обучением понимается процесс адаптации нейронной сети для достижения минимума некоторого оценивающего функционала – например, качества решения сетью поставленной задачи.

В нейронной сети выделена группа входов и группа выходов. По входным рецепторам нейронная сеть принимает информацию и затем, пропуская эту информацию через себя и преобразуя ее с помощью процессорных элементов, генерирует выходные сигналы.

Основу каждой НС [109,110] составляют относительно простые, в большинстве случаев – однотипные, элементы (ячейки), имитирующие работу нейронов мозга. Далее под нейроном подразумеваться искусственный нейрон, то есть ячейка НС. Каждый нейрон характеризуется своим текущим состоянием по аналогии с нервными клетками головного мозга, которые могут быть возбуждены или заторможены. Он обладает группой синапсов – однонаправленных входных связей, соединенных с выходами других нейронов, а также имеет аксон – выходную связь данного нейрона, с которой сигнал (возбуждения или торможения) поступает на синапсы следующих нейронов.

Теоретически число слоев и число нейронов в каждом слое может быть произвольным, однако фактически оно ограничено ресурсами компьютера или специализированной микросхемы, на которых обычно реализуется НС. Чем сложнее НС, тем масштабнее задачи, подвластные ей [108].

Известно, что трехслойная нейронная сеть может аппроксимировать практически любую непрерывную функцию [111,112]. Поэтому для аппроксимации интервальной зависимости между входами подсистемы и ее выходом можно использовать многослойные нейронные сети прямого распространения с сигмоидальной активационной функцией.

Предлагается следующая методика использования модели нейронной сети в качестве отображения вход-состояние-выход, где внутренние коэффициенты сети являются статическим состоянием системы.

Пусть $\boldsymbol{A}$ – интервальная матрица входов подсистемы размерностью $m \times n$, $\boldsymbol{b}$ – интервальный m – вектор, описывающий выход подсистемы, полученной в алгоритме интервальной кластеризации.

1. Для получения зависимости формируем обучающую выборку следующим образом. Составляем точечную матрицу входов нейронной сети $A = \| a_{ik} \|$, размерностью $m \times k$, где $i = \overline{1, m}$, m – число измерений, $k = \overline{1{,}2n}$, из интервальной матрицы $\boldsymbol{A}$ следующим образом: из каждого интервального вектора $\boldsymbol{A}_j$, где $j = \overline{1, n}$, получаем два точечных вектора $A_k = \underline{\boldsymbol{A}_j}$ и $A_{k+1} = \overline{\boldsymbol{A}_j}$, увеличиваем индекс k на 2. Аналогично для выходов сети получаем точечную матрицу $B = \| b_{ir} \|$ размерностью $m \times r$, $r = \overline{1{,}2}$.
2. Для аппроксимации зависимости между входными и выходным параметрами подсистемы формируем структуру трехслойной нейронной

сети прямого распространения следующим образом: 1 и 2 слой имеют $5k$ нейронов, выходной слой имеет 2 нейрона.

3. Обучаем сеть, используя матрицы A и B.
4. При удовлетворительных результатах обучения нейронной сети, используем ее в качестве модели зависимости между входными и выходным измеряемыми параметрами.

2.4. Выводы

В настоящей главе разработаны методики моделирования системных связей на основе анализа интервальных данных.

Подобрана цепочка математических методов и алгоритмов, позволяющая провести весь комплекс работ по подготовке измеряемых данных об изделии к анализу и построению интервальных линейных или неросетевых моделей.

Предложены меры сходства между интервальными векторами, на основе которых строятся их матрицы взаимных связей. Это в свою очередь позволяет использовать методы кластеризации интервальной информации с целью получения зависимых интервальных подсистем.

Предлагается способ получения интервальных линейных моделей зависимостей между измеряемыми параметрами систем на основе современного подхода идентификации интервальных статических безинерционных систем разработанного С.П. Шарым.

Предложена методика настройки параметров нейронных сетей для задач моделирования системных связей в интервальных данных.

3. РАЗРАБОТКА ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМНЫХ СВЯЗЕЙ В ИНТЕРВАЛЬНЫХ ДАННЫХ

3.1. Подход к анализу измеряемой информации машиностроительного предприятия

Основой подхода к анализу интервальных статических систем в авиастроительной промышленности в настоящее время является:

- применение интегрируемых информационных систем (ИИС) управления данными об изделиях предприятия на базе концепций CALS-технологий [47]
- применение методов анализа измеряемой информации из ИИС изложенных в главе 2 настоящей диссертации.

До использования концепции CALS-технологий документация на предприятиях авиастроительного комплекса заносилась на бумажные носители. В настоящее время большие объемы технологической информации все еще хранятся на бумаге. Это в свою очередь негативно сказывается на обработке технологической информации с целью выявления скрытых закономерностей в данных. В результате чего возникают следующие трудности в применение математических методов обработки технологической информации по изделиям машиностроительного предприятия:

- составление таблиц данных для анализа, как следствие возникновение ошибок в данных;
- применение различных оболочек для математического анализа данных;
- значительная математическая подготовка исследователя.

В результате такого перечня трудностей, работы по анализу технологической информации на предприятие проводятся в малой степени, или вообще отсутствуют. Другим важным тормозящим аспектом в повышение качества математической обработки, является использование устаревших статистических методов. В их основе лежат модели, природа которых представляется как стохастическая, хотя стохастичность может быть обусловлена таким важным фактором как ошибки измерений, допустимые погрешности, неучтенные параметры.

Поэтому применение идей CALS [61,62] технологий позволит не только автоматизировать весь рутинный труд по математической обработки технологической информации, но и внедрить современные методы по обработке измеряемых данных в производство.

Интегрированная информационная система. Системная информационная поддержка и сопровождение жизненного цикла [48] изделия осуществляется на предприятиях в ИИС. Согласно [49] , ИИС это “совокупность распределенных баз данных, содержащих сведения об изделиях, производственной среде, ресурсах и процессах предприятия, обеспечивающих корректность, актуальность, сохранность и доступность к данным тем субъектам производственно-хозяйственной деятельности, участвующим в осуществлении жизненного цикла изделия, кому это необходимо и разрешено. Все сведения (данные) в ИИС хранятся в виде информационных объектов”.

ИИС в соответствие с [50] представляет собой модульную систему, в которой реализуются следующие базовые принципы CALS:

- прикладные программные средства отделены от данных;
- структура данных и интерфейс доступа к ним стандартизированы;
- данные об изделиях, процессах и ресурсах не дублируются, число ошибок в них минимизируется, обеспечивается полнота и целостность информации;
- прикладные средства работы с данными представляют собой, как правило, типовые коммерческие решения различных производителей, что обеспечивает возможность дальнейшего развития ИИС.

ИИС представляет собой хранилище данных, содержащее все сведения, создаваемые и используемые всеми участниками жизненного цикла изделия в процессе их производственной деятельности. Это хранилище имеет сложную структуру и многообразные внутренние и внешние связи. В рамках отдельного предприятия - производителя изделия ИИС, как минимум должна включать в свой состав две базы данных: общую базу данных об изделии (изделиях) и общую базу данных о предприятиях. Реализация процессов работы с такими базами данных подчеркивает следующее все информационные объекты, берущиеся из базы, после обработки возвращаются обратно.

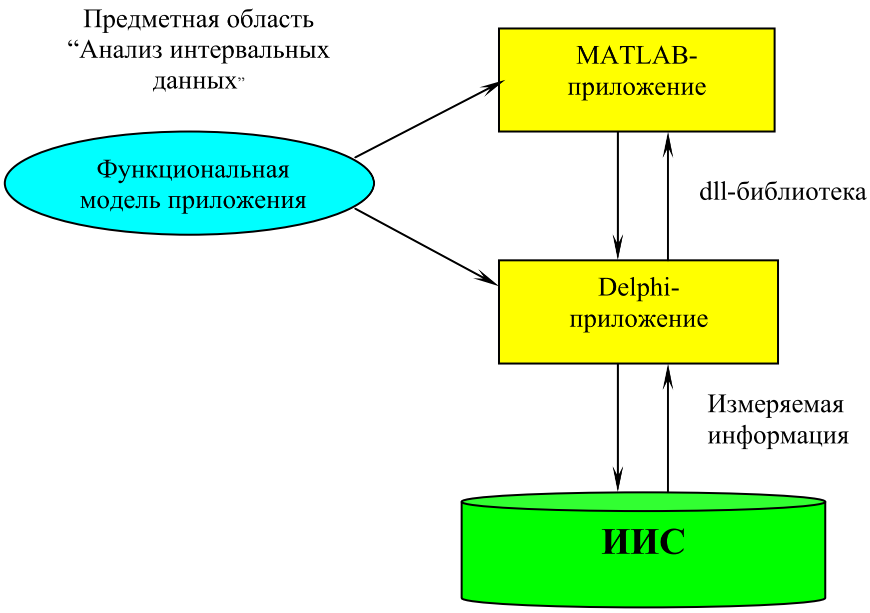

Рис.3.1. Общая концепция проблемно ориентированного ПО.

Рассмотрим первый этап разработки проблемно-ориентированного программного обеспечения для анализа интервальных данных – создание функциональной модели

3.2. Создание функциональной модели предметной области “Анализ измеряемых данных”.

Исследование и анализ процессов изготовления и сервисного обслуживания изделий на базовом предприятии проводилось с помощью IDEF методологии, в частности IDEF0 [63-67] – функциональное моделирование. Для этого на первом этапе были освоены выше указанные методологии и программный продукт IDEF 3.7, позволяющий вести создание функциональных и информационных моделей в автоматизированном режиме.

При исследование выше названных процессов использовались различные средства, предлагаемые методологией IDEF0. На первых этапах были изучены стандарты предприятия. Далее производилось собеседование с участниками процесса изготовления изделий, ознакомление с формами отчетно-плановой документации. Тем самым выявлялись ключевые моменты, позволяющие понять и изучить функциональность разрабатываемой системы. Так же хотелось бы отметить, что функциональная модель создавалась с точки зрения специалиста по информационным технологиям, поэтому необходимый уровень декомпозиции IDEF0 диаграмм определялся структурой данных, используемых для сопровождения изделия на всех этапах его жизненного цикла. [51]

Анализ функциональной модели, с учетом поставленных задач по интервальной обработки выборочных данных, предопределил функциональность и интерфейс разрабатываемого приложения. На основании функциональной модели были выдвинуты следующие требования по созданию программного обеспечения:

- экспорт измеряемых данных для анализа;
- подготовку исходной информации к дальнейшей обработке;
- кластеризацию измеряемых данных;
- идентификацию интервальных статических систем;
- визуализацию результатов;
- прогнозирование параметров и характеристик качества.

3.3. Разработка программы экспорта интервальных данных из ИИС.

Основная концепция разработки проблемно-ориентированного программного обеспечения для обработки измерительной технологической информации была реализована на базе авиастроительного предприятия НПО “Аэросила”, г. Ступино, Московская область. [76-79]

В качестве ИИС на этом предприятие используется система PDM(Product Data Management) PDM Step Suit(PSS), разрабатываемая НИЦ CALS-технологий “Прикладная логистика”. Система обладают широкими возможностями, как для хранения информации, так и для ее программной обработки. ИИС обеспечивает поступление и обмен информацией между всеми участниками создания и сервисного обслуживания изделий. PSS является информационным ядром, в котором собирается вся информация об изделии; его версиях и экземплярах; процессах изготовления и ресурсах, участвующих в них. Структура хранилища организована в соответствие с международными стандартами. Поэтому накопленная в PDM информация об изделиях предприятия являются основой построения эффективного программного обеспечения для обработки измерительной информации.

Проведение анализа интервальных систем на местах технологами для выявления зависимостей между параметрами производства и характеристиками качества невозможно без программного обеспечение, которое могло бы экспортировать данные из базы PDM, а так же осуществлять их обработку эффективными математическими методами.

Управление машиностроительным производством является одной их областей, использующих довольно сложные информационные модели, основой для которого служит описание сложного изделия управляемой конфигурации. Современное высокотехнологическое изделие определяется не только статической геометрией. Оно может изменяться во времени, иметь громадное число модификаций и вариантов комплектации, и его можно описать с различных точек зрения различным числом взаимосвязанных моделей. Сложность описания высокотехнологического изделия очень велика, поэтому разработка стандарта на электронное представление данных об изделии ISO 10303 (STEP) потребовала создания специального объектно-ориентированного языка информационного моделирования – EXPRESS (ISO 10303-11). Этот язык оказался настолько удачным, что его стали использовать в целом ряде далеких от машиностроения прикладных областях. Кроме того, в настоящее время его описание переведено на русский язык и выпущено как российский стандарт ГОСТ Р ИСО 10303-11.

Для описания информационных объектов и необходимых для анализа данных паспортов изделий из PSS как раз и используется язык информационного моделирования EXPRESS, в частности в разработке приложения использовалась его графическая нотация EXPRESS-G. [47]

Обеспечение доступа к информационным объектам, описываемых с помощью EXPRES-G диаграмм осуществлялось благодаря одной из важнейших возможностей системы PDM STEP Suite - возможности доступа к ее базе данных с помощью библиотеки функций (API).

Вся работа с данными выполнялась с использованием класса CaplStepData (CaplNetStepData). Данный класс является объектной оберткой для стандартного интерфейса доступа к данным (SDAI) регламентированного стандартом ISO 10303-24 (ГОСТ Р ИСО 10303-24). С помощью методов данного класса можно выполнить любые операции с данными. Методы данного класса универсальны и не зависят от используемой схемы данных.

Напрямую использовать API PSS можно только из Microsoft Visual C++. При доступе из других средств разработки, доступ к данным осуществляется через интерфейсы объекта ActiveX - AplPssAPI. Этот объект является оберткой вокруг стандартного API и позволяет использовать большинство возможностей как низкоуровневого, так и высокоуровневого API PSS через OLE интерфейс.

ПО обеспечение было решено разрабатывать в среде Delphi.[90-94] Это связано с рядом ее преимуществ. В Delphi удачно сочетаются средства визуального проектирования приложений и оптимизирующий компилятор, чего, к сожалению, нельзя сказать о других системах. Наличие в системе компилятора или генерирование ею выполняемого машинного кода ещё не означает, что получаемый код является оптимальным. Такие системы, как PowerBuilder и Visual Basic, изначально создавались на основе генерации псевдокода. При выполнении приложений, созданных с помощью этих систем, полученный псевдокод интерпретировался. С выходом Delphi как компания

Microsoft, так и компания Powersoft попытались внедрить в свои продукты полноценные компиляторы. По-видимому, производители внезапно “прозрели” и “поняли”, что компиляция приложений в машинный код – это стоящее дело. Однако проблема заключается в том, что ни язык Visual Basic, ни язык PowerScript не предназначались для компиляции, поэтому преобразование их в машинный код оказалось достаточно трудной задачей. Что касается оптимизации получаемого кода, то о ней можно вообще не говорить.

Если сравнивать вышеупомянутые языки с языком Object Pascal, используемом в системе Delphi, то различие видно сразу. Object Pascal всегда был компилируемым языком, и при его разработке были соблюдены все требования, выполнение которых обязательно при компиляции и оптимизации. Итог вышесказанного таков: Delphi является единственным полноценным средством промышленной разработки систем клиент/сервер. Сравнение Delphi с Visual Basic или PowerBuilder подобно сравнению современного компилятора языка C++ с компилятором Clipper времён господства DOS. Только успех Delphi подвиг многих производителей средств разработки приложений добавить в свои продукты технологию генерации машинного кода. Однако пока они только начинают двигаться в этом направлении, развитие системы Delphi идёт семимильными шагами.

Следует отметить, что в случае Delphi слова “оптимизирующий компилятор” не означают “медленный компилятор”. В последней версии продукта представлен лучший компилятор с языка Pascal компании Borland, которая уже на протяжении многих лет удерживает пальму первенства в этой области. Компиляторы с Pascal этой компании снискали заслуженную славу за генерацию выполняемого кода, который экономно использует ресурсы компьютера и одновременно обладает высокой производительностью. Компилятор Object Pascal, используемый в Delphi, не является исключением. Более того, генератор кода Delphi – это тот самый генератор кода, который применяется компанией Borland в её компиляторах с языка C++. Таким образом, используя Delphi, вы получаете скорость программ, написанных на языке C++, не имея головной боли, связанной с этим языком программирования.

Однако современных разработчиков волнует не только эффективность выполняемого кода. Им нужно средство, которое было бы, с одной стороны, достаточно мощным и гибким, чтобы выполнить любую стоящую перед ними задачу, и, с другой стороны, достаточно простым и удобным в работе. Разработчики хотят иметь систему, построенную на принципах ООП, и вместе с тем, позволяющую применять, в случае необходимости, ассемблер. Наконец, им нужна среда для быстрой разработки баз данных, которая не вынуждала бы их каждый раз при программировании спускаться до ядра СУБД.

Всё это и даже больше предоставляет Delphi. Это стало возможным благодаря подходу, который применила компания Borland при создании этой системы, - собрать всё лучшее, что есть в средствах разработки для Windows, и объединить в одном продукте. В состав Delphi входит обширная библиотека компонентов, с помощью которой можно избежать ручного написания программ, что широко распространено в других средствах разработки. С другой стороны, программист в любой момент может прибегнуть к низкоуровневым ассемблерным процедурам. Можно создавать приложения в визуальном режиме, просто помещая нужные компоненты на форму и, вместе с тем, сохраняя доступ ко всем функциям программного интерфейса Windows, системным сообщениям и процессам. Работая в Delphi, программист может с помощью нажатия одной клавиши создать выполняемый файл в формате EXE, однако, при необходимости, можно компилировать и файлы DLL, драйверов устройств, а также консольных приложений. Наконец, несмотря на то, что Delphi является системой разработки, ориентированной на создание баз данных, вы можете с её помощью разрабатывать любые приложения Windows, начиная от редакторов и заканчивая хранителями экранов. Даже сама система Delphi разрабатывается с использованием системы Delphi.

Итак, существует множество достоинств, благодаря которым можно выделить Delphi из ряда других средств разработки:

- обширная библиотека классов;
- быстрый оптимизирующий компилятор, генерирующий машинный код;
- встроенный отладчик, равных которому нет;
- простой в освоении механизм доступа к базам данных;
- мощная и удобная в работе среда разработки;
- возможность использования различных компонентов сторонних разработчиков.

Доступ к данным PSS из программы осуществлялся через объект AplPssAPI [51] .

Окно базы данных PSS с информацией об изделиях изображено на рис.3.2. Здесь представлены экземпляры изделия лопасть ЛБВ1.030.000.000, характеристики экземпляров, техпроцесс производства экземпляров лопасти и его параметры, а так же характеристики материала для производства “Изолан”-7ПМ/4:Пенопласт. Далее всю эту информацию необходимо экспортировать в приложение для обработки. Результат этого этапа разработки проблемно-ориентированного приложения – модуль для экспорта технологической информации из PDM (рис.3.3.)

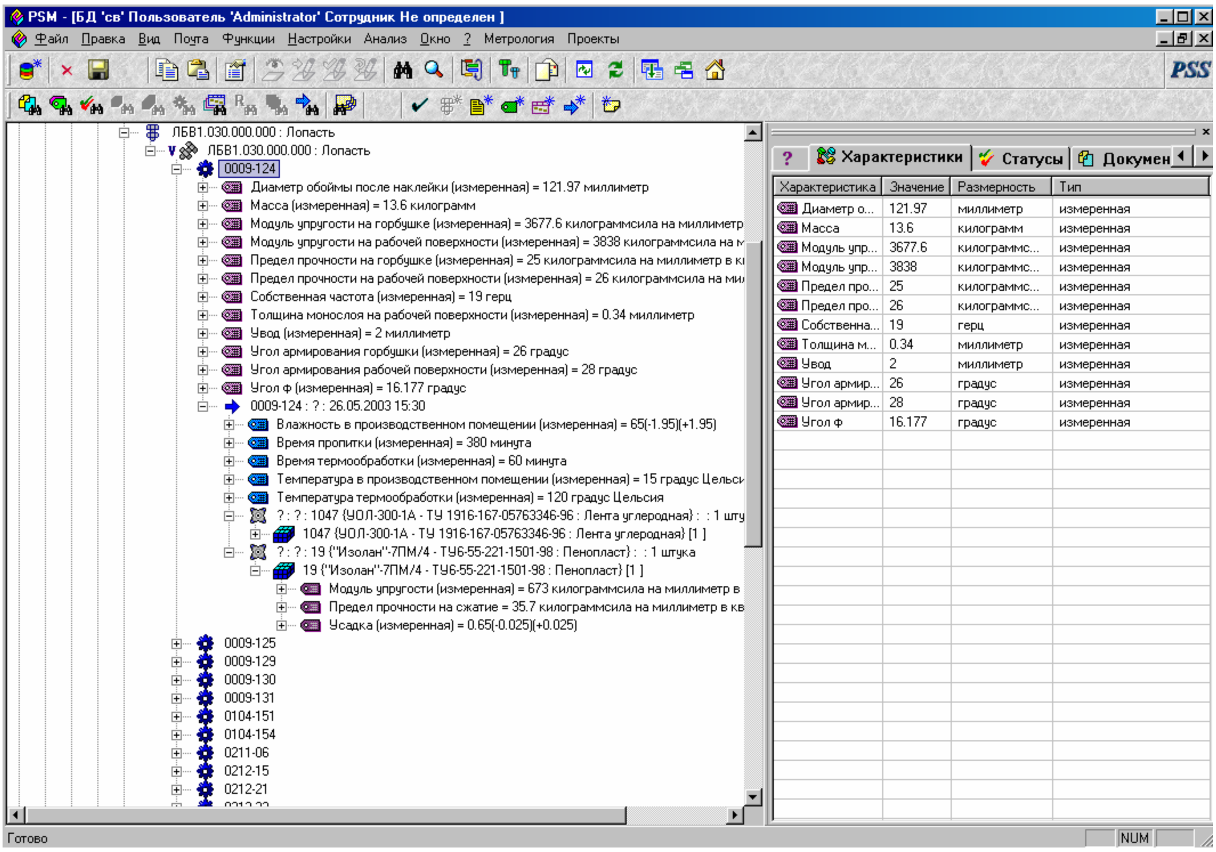

рис.3.2. Окно базы данных PSS с информацией об изделиях

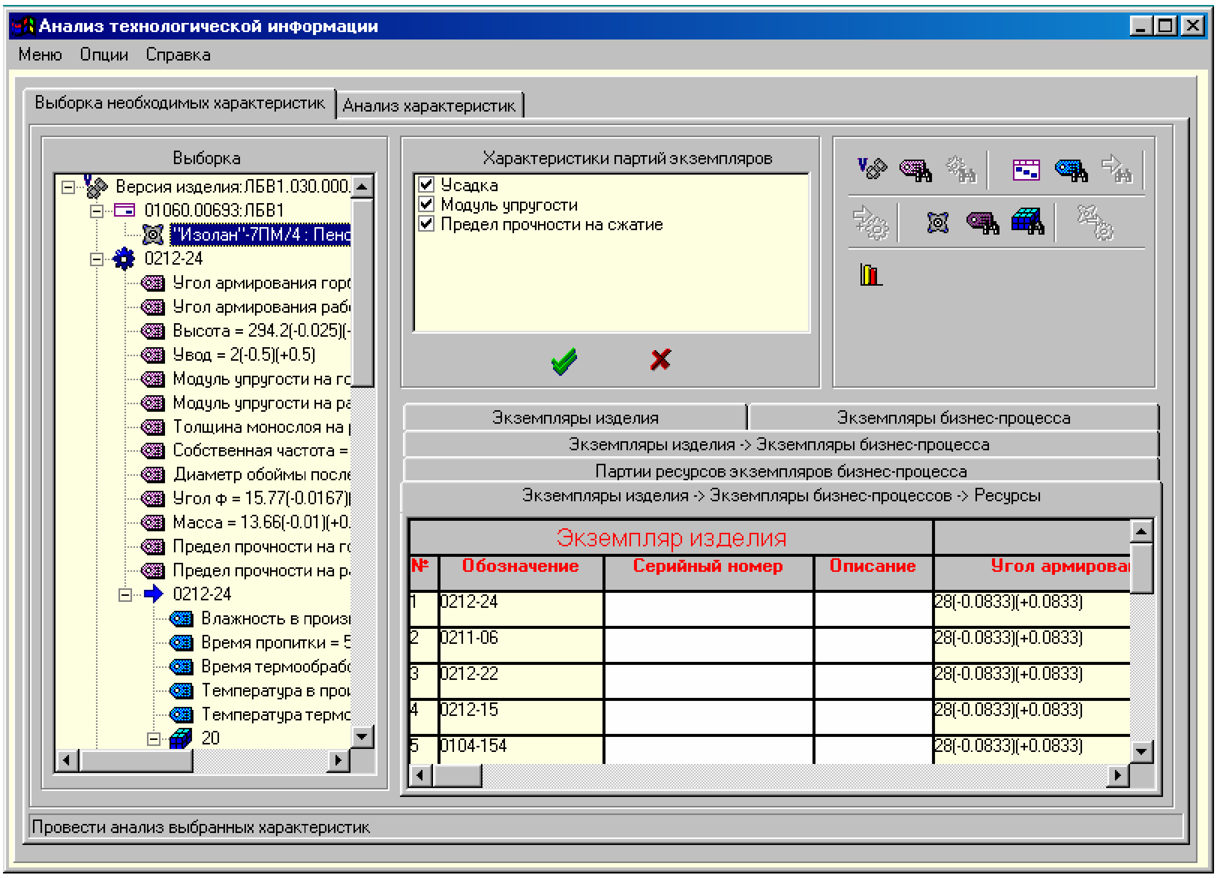

рис.3.3. Экспорт данных из ИИС

Модуль экспорта имеет следующую функциональность:

- выбор экземпляров изделия и совокупность его характеристик;
- выбор экземпляров бизнес-процессов изготовления отобранных для обработки экземпляров изделий;
- обращение к партиям ресурсов, задействованных при изготовлении;
- генерация объединенных таблиц выборок;
- организация экспорта выборок в текстовые файлы и файлы Excel с разделителями “,” (*.csv) для нужд потребителей или для обработки в математических пакетах сторонних производителей;
- формирование выборочной совокупности для интервальной обработки.

3.4. Разработка модуля для проведения интервального анализа измеряемой информации.

3.4.1. Разработка программы предобработки интервальных данных.

Согласно алгоритму, изложенному в Главе 2, первым этапом анализа интервальных данных является их предварительная обработка:

- заполнение пропусков в данных
- нахождение и исправление ошибочных значений параметров
- отброс малоинформативных параметров
- ортогонализация параметров

На основе математического аппарата разработаны соответствующие вычислительные процедуры. На выходе алгоритма предобработки имеем ортогональные параметры. На рис. 3.4. изображена матрица коэффициентов линейности между интервальными векторами, участвующая в алгоритме.

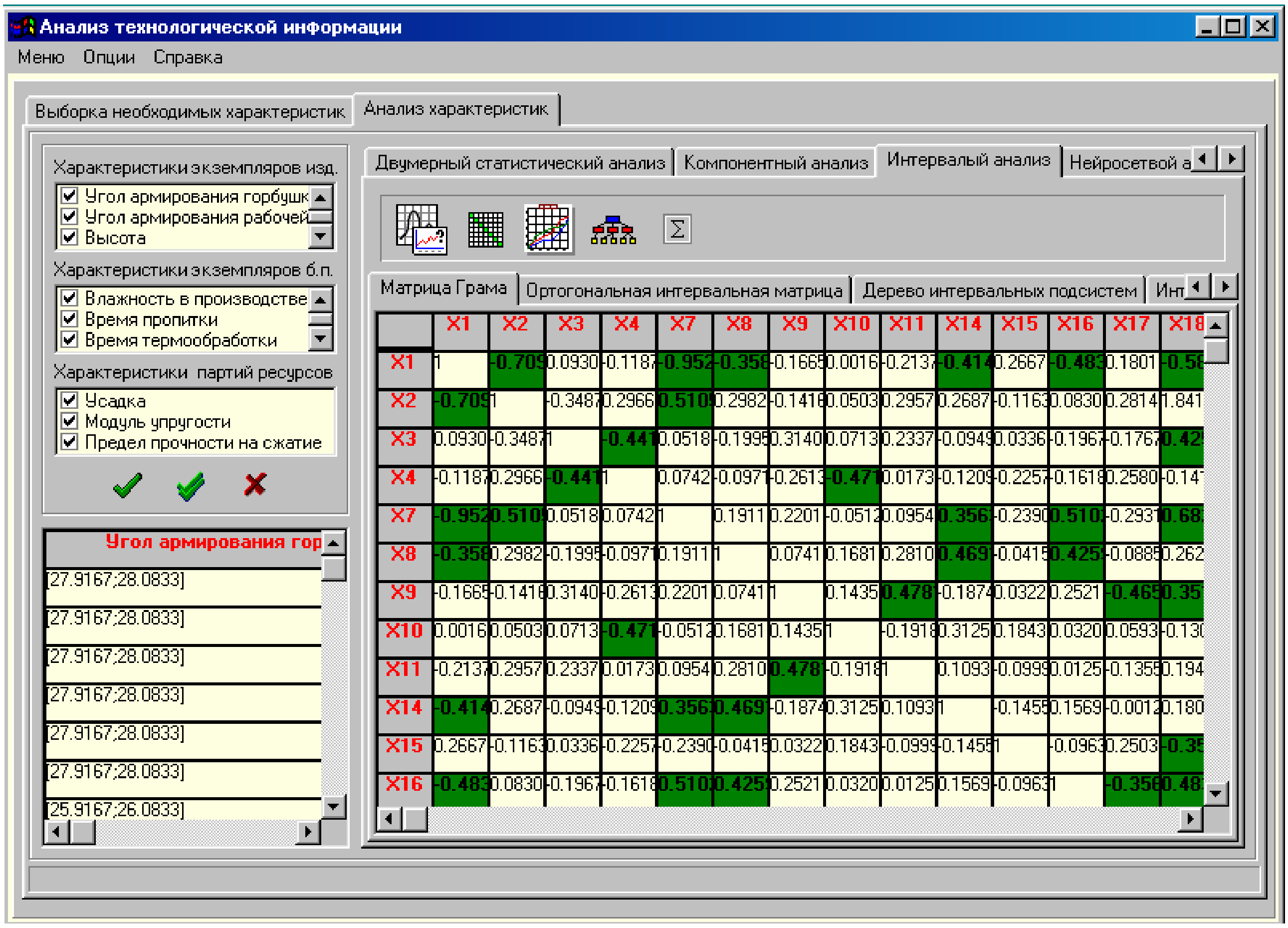

рис.3.4. Матрица коэффициентов линейности между интервальными векторами

3.4.2. Разработка программы кластеризация интервальных данных

Кластеризация интервальных данных подразумевает выбор меры сходства между векторами (рис. 3.5.)

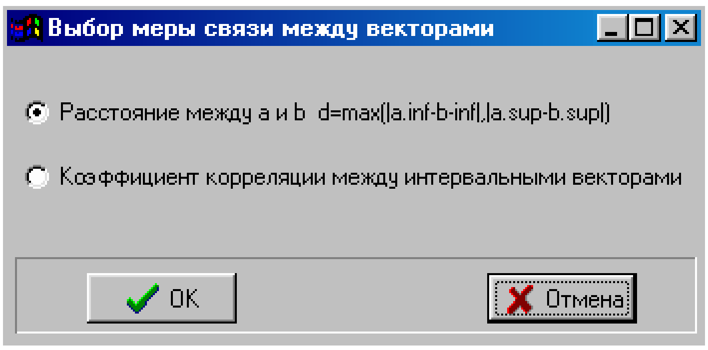

рис. 3.5. Выбор меры сходства между интервальными векторами

После выбора, рассчитывается матрица $n \times n$ парных коэффициентов близости между интервальными векторами. Затем по этой матрице срабатывают алгоритмы, разработанные в среде MATLAB 6.5 [95,96] .

Преимущества использования этой системы в следующем. Нынешний MATLAB - это высокоэффективный язык инженерных и научных вычислений. Он поддерживает математические вычисления, визуализацию научной графики и программирование с использованием легко осваиваемого операционного окружения, когда задачи и их решения могут быть представлены в нотации, близкой к математической. Наиболее известные области применения системы MATLAB:

- математика и вычисления;
- разработка алгоритмов;
- вычислительный эксперимент, имитационное моделирование, макетирование;
- анализ данных, исследование и визуализация результатов;
- научная и инженерная графика;
- разработка приложений, включая графический интерфейс пользователя.

MATLAB - это интерактивная система, основным объектом которой является массив, для которого не требуется указывать размерность явно. Это позволяет решать многие вычислительные задачи, связанные с векторно-матричными формулировками, существенно сокращая время, которое понадобилось бы для программирования на скалярных языках типа C или FORTRAN. Версия MATLAB - это последнее достижение разработчиков; она содержит существенные изменения и улучшения в каждом разделе, начиная от встроенных математических функций и новых конструкций программирования и заканчивая новыми структурами данных, объектно-ориентированным подходом, новыми средствами визуализации и графическим интерфейсом пользователя.

Система MATLAB - это одновременно и операционная среда и язык программирования. Одна из наиболее сильных сторон системы состоит в том, что на языке MATLAB могут быть написаны программы для многократного использования. Пользователь может сам написать специализированные функции и программы, которые оформляются в виде М-файлов. По мере увеличения количества созданных программ возникают проблемы их классификации и тогда можно попытаться собрать родственные функции в специальные папки. Это приводит к концепции пакетов прикладных программ (ППП), которые представляют собой коллекции М-файлов для решения определенной задачи или проблемы.

Так же одной из важнейших особенностей MATLAB является, то, что разработанные в этой среде m-файлы с их функциями могут быть подключены в приложения сторонних разработчиков. Поэтому, при разработке проблемно-ориентированного ПО для анализа интервальной информации, ряд функций по визуализации результатов и кластеризации данных был реализован в MATLAB. Эти функции используются в приложение, написанном в среде Delphi, по средствам COM объекта, так же созданного в MATLAB. MATLAB COM Builder дает возможность легко конвертировать алгоритмы, написанные на языке MATLAB, в COM объекты.

Механизм взаимодействия Delphi-приложения и среды MATLAB представлен на рис. 3.6.

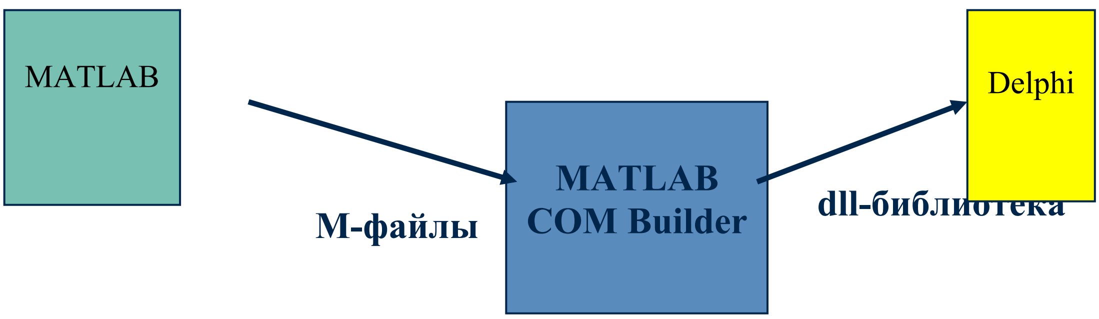

рис. 3.6. Механизм взаимодействия Delphi-приложения и среды MATLAB.

Результатом алгоритма кластеризации является график дендрограмма рис.3.7 и дерево зависимых подсистем рис 3.8.

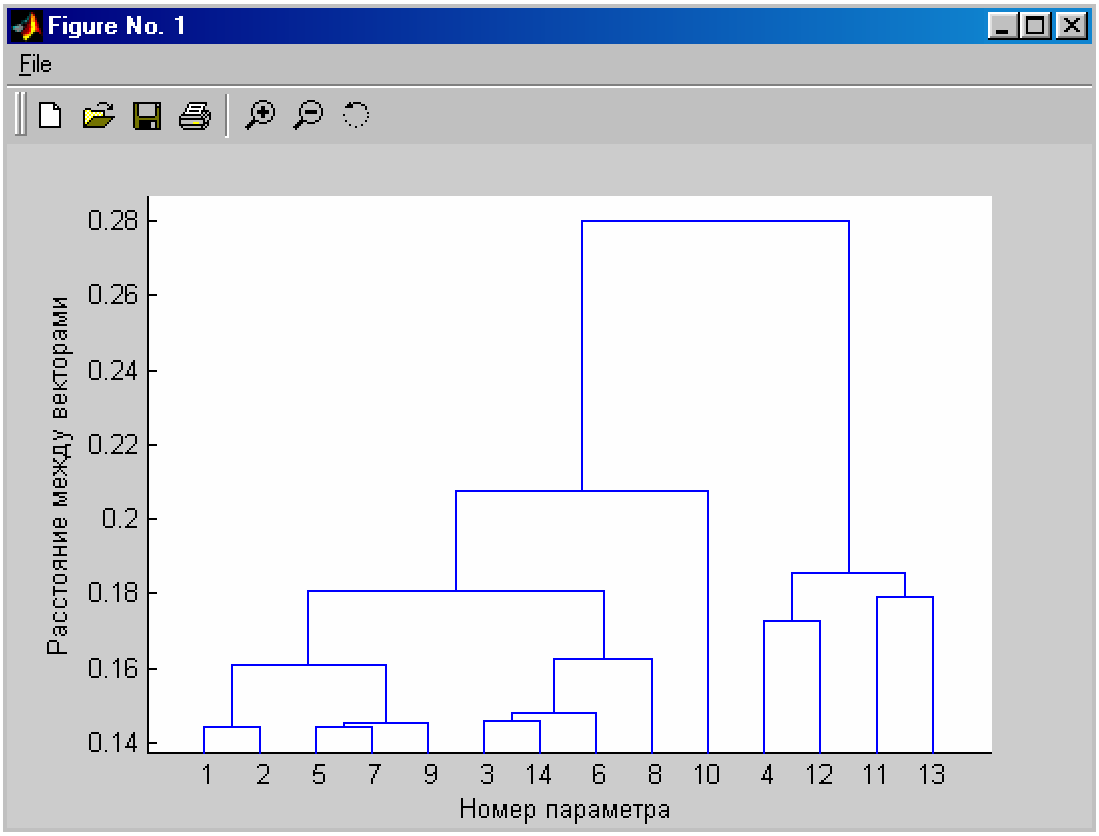

рис.3.7. Дендрограмма алгоритма кластеризации интервальных векторов.

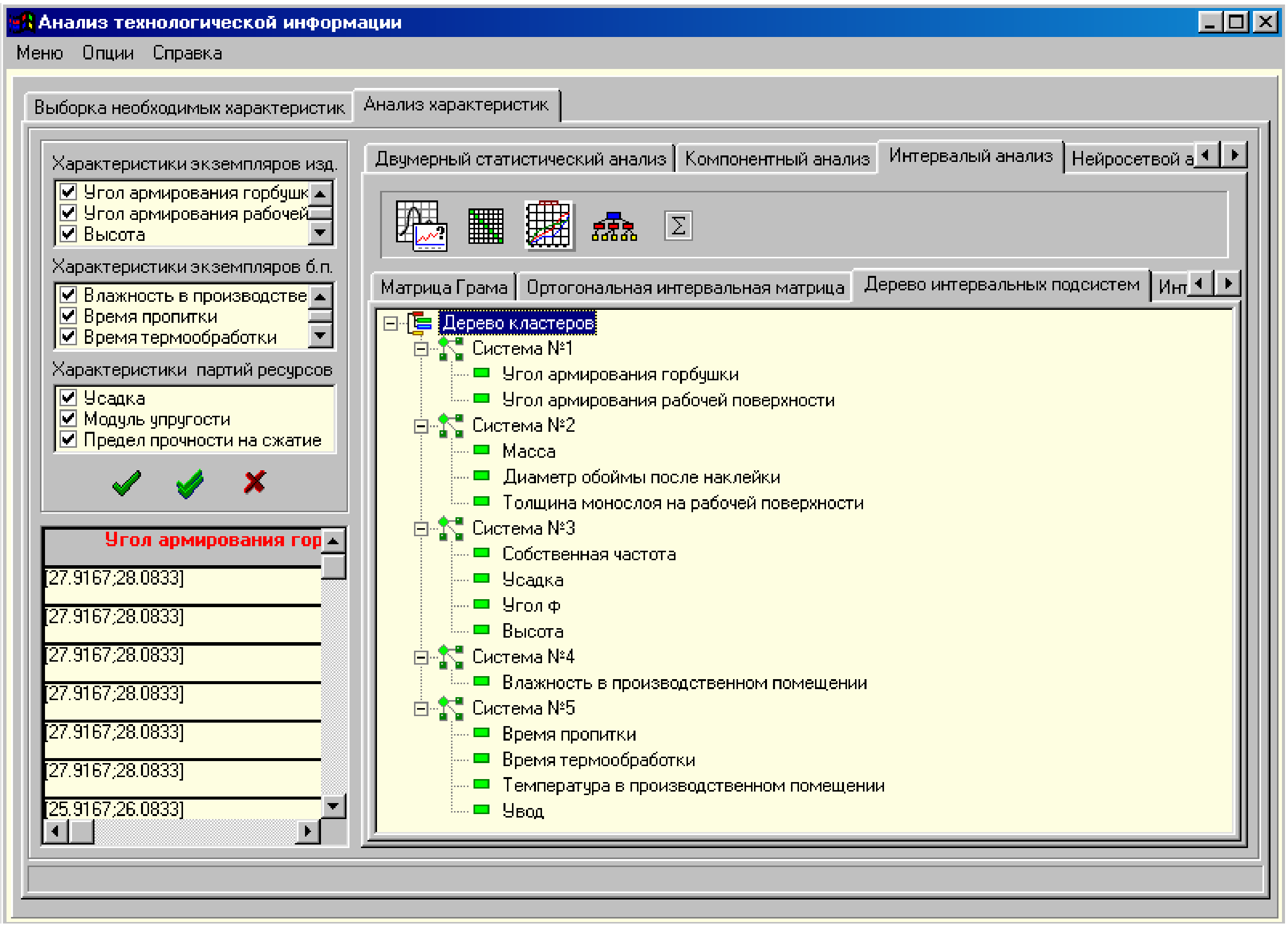

рис.3.8. Дерево зависимых подсистем.

3.4.3. Разработка программы идентификации интервальных статических систем.

После алгоритма кластеризации можно выбрать подсистему для идентификации согласно алгоритму приведенном в Главе 2. При этом задается выход системы, а так же составляется интервальная матрица входов для дальнейшей обработки рис.3.9.

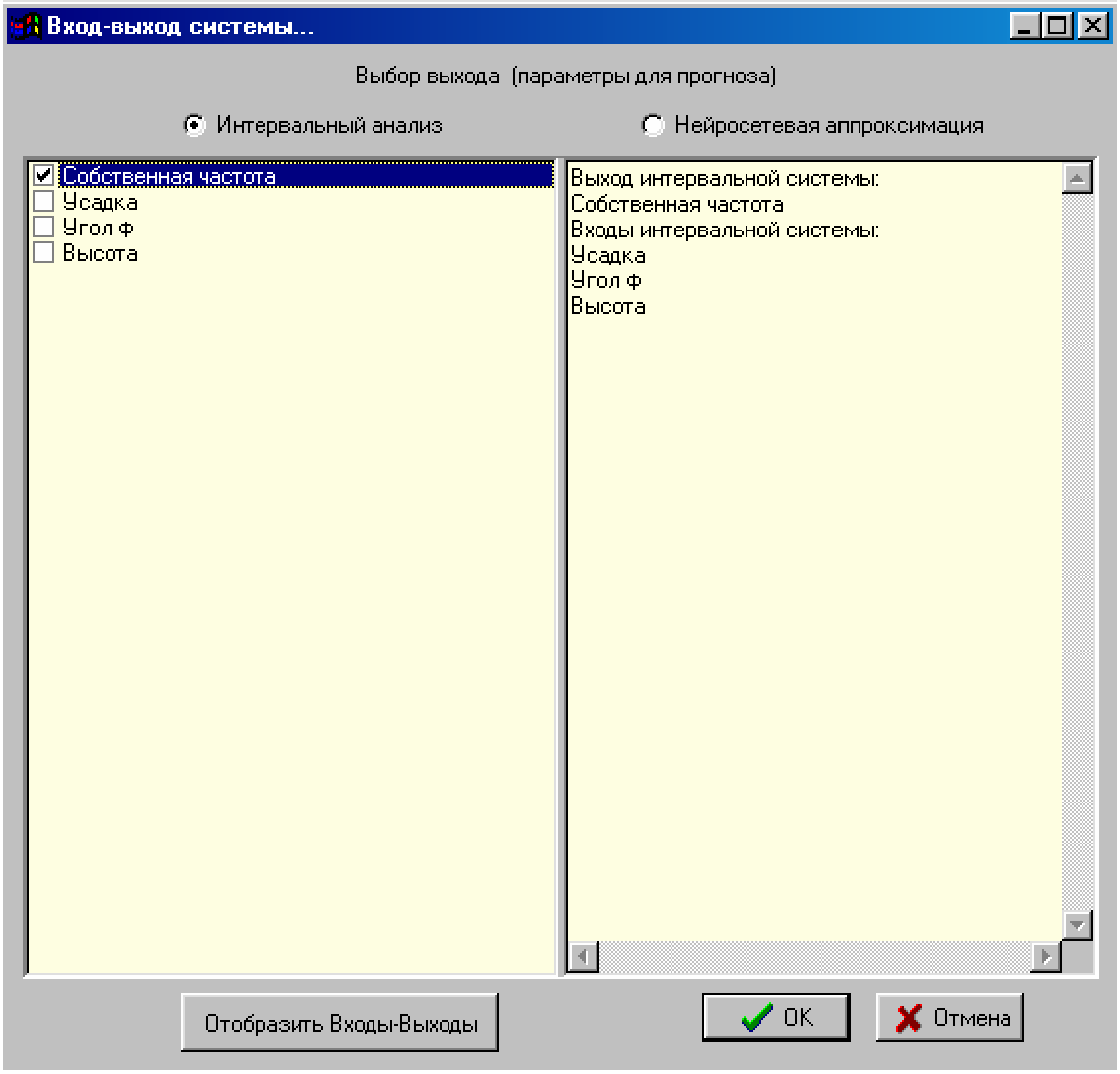

рис.3.9. Инициализация входов и выхода системы.

После этого происходит исследование полной разрешимости системы, если в точке максимума распознающий функционал удовлетворяет условиям разрешимости, то эта точка используется для построения бруса решения (статического состояния системы) или, что равносильно, построения модели зависимости вход-состояние-выход. Для отработки алгоритма использовались интервальные матрицы, рассмотренные в книги С.П.Шарого [38]. Результаты работы программы по этим матрицам представлены далее.

Для интервальной системы

$$\begin{pmatrix} [1,2] & [-\frac{2}{3},\frac{1}{2}] \\ [-\frac{2}{3},\frac{1}{2}] & [1,2] \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} [-1,1] \\ [-1,1] \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

график распознающего функционала имеет вид:

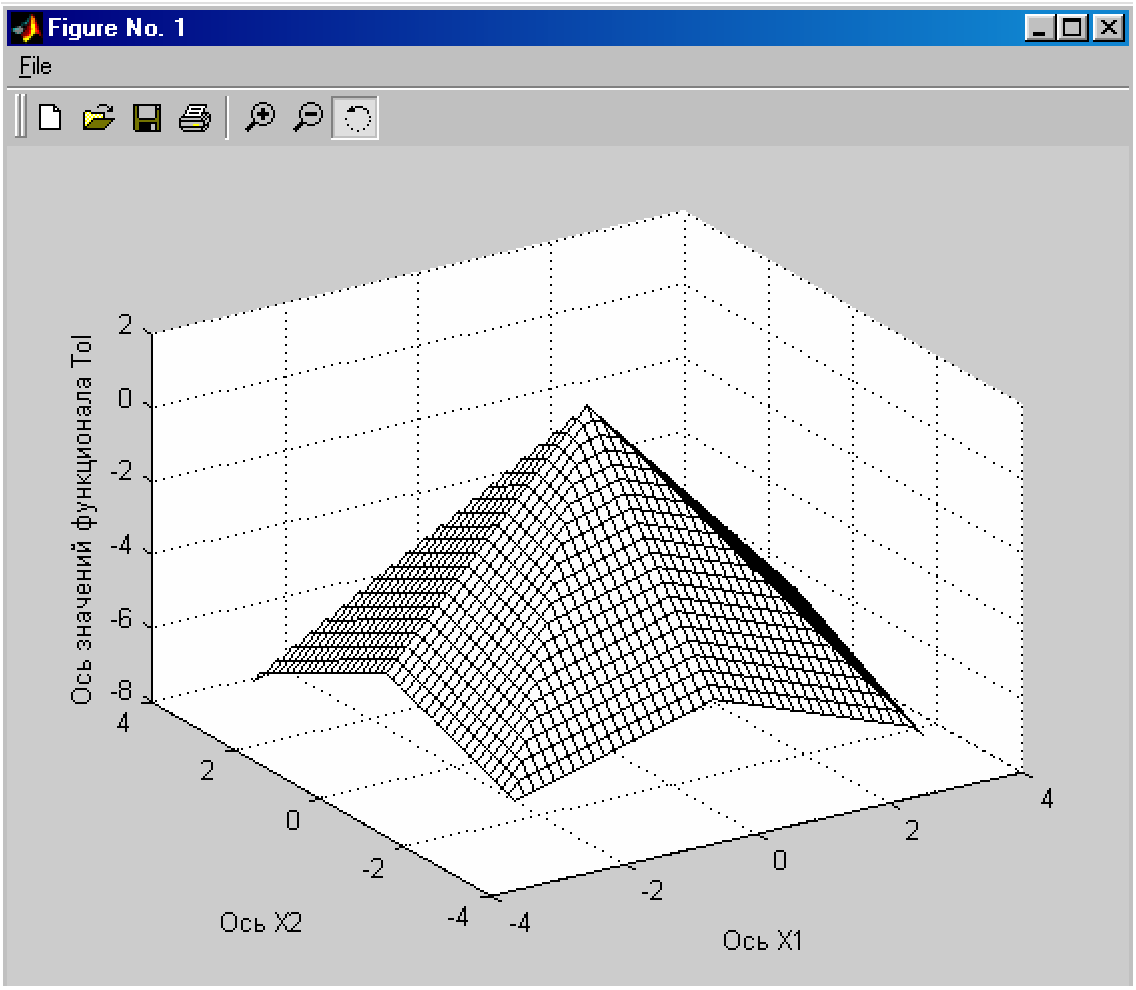

рис. 3.10.График распознающего функционала системы с разных точек зрения (3.1).

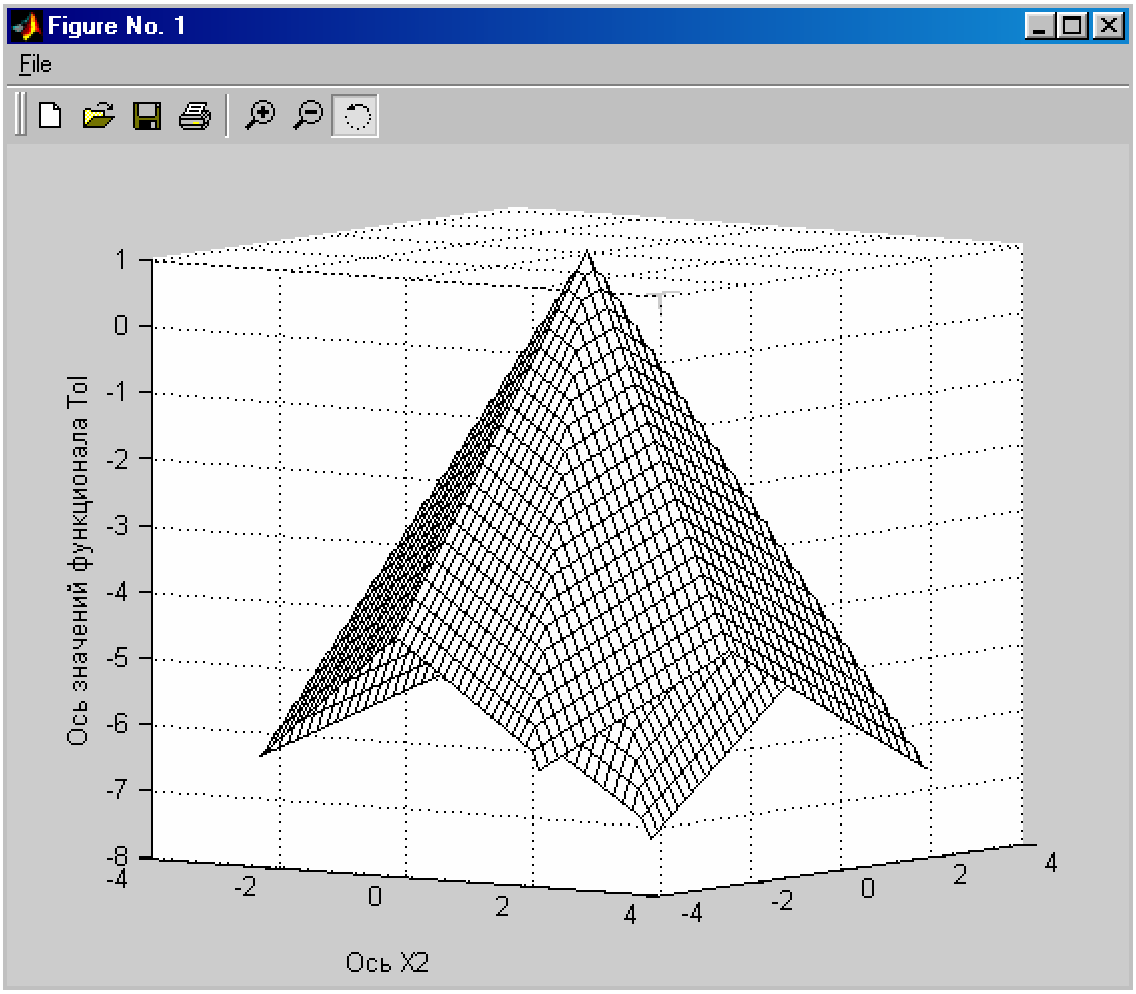

рис. 3.11.График распознающего функционала системы с разных точек зрения (3.1) (продолжение).

На втором графике видно максимум функционала в 1. Множество решений имеет вид (рис.3.12):

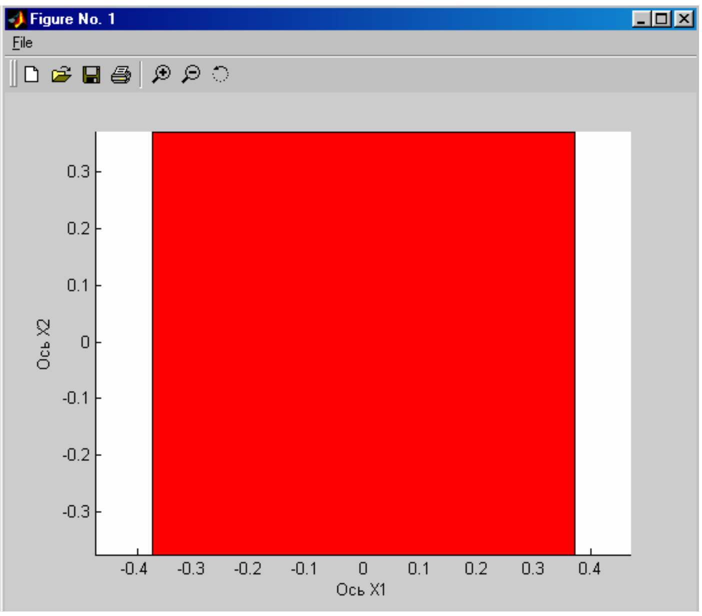

рис.3.12. Множество решений системы (3.1).

Интервальная линейная модель и ее характеристики представлены на рис. 3.13.

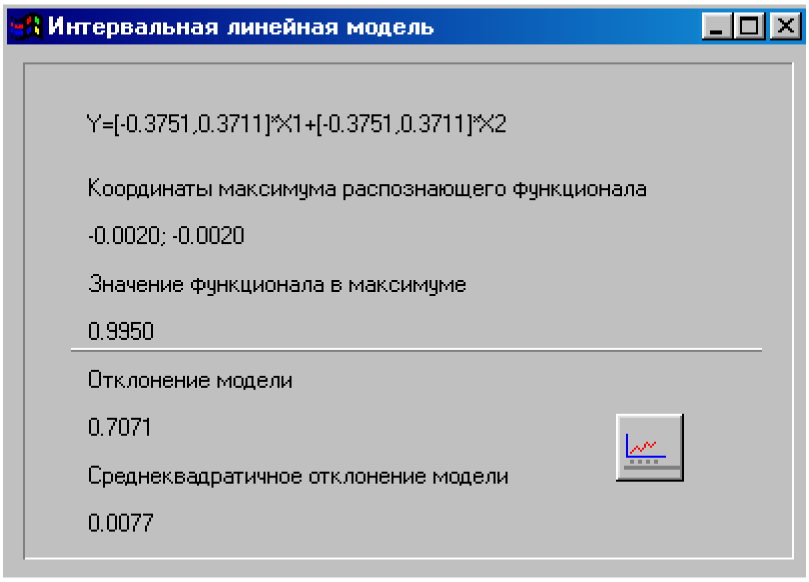

рис.3.13. Линейная интервальная модель системы (3.1) и ее характеристики

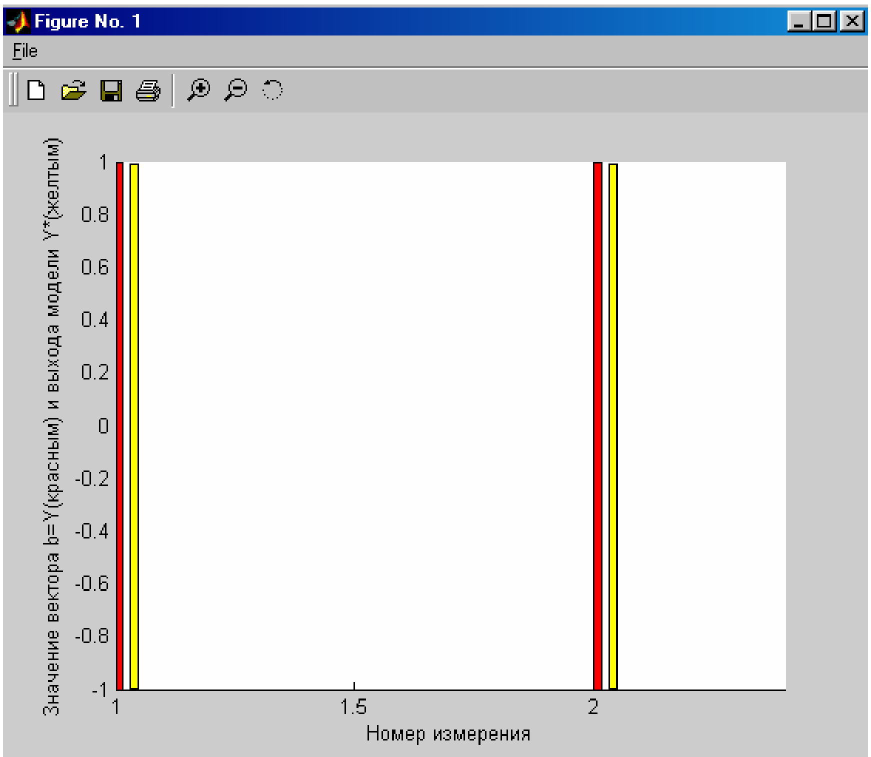

рис.3.14. Выход интервальной системы (3.1) и ее модели.

Из графика видно, что для интервальной линейной системы (3.1) множество решений практически оптимально по включению.

Рассмотрим работу алгоритма для другой интервальной системы из [38]

Для интервальной системы

$$\begin{pmatrix} [2,3] & [-1,2] \\ [1,2] & [1,3] \\ [-1,1] & [0,1] \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} [0,60] \\ [10,72] \\ [-10,36] \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

имеем:

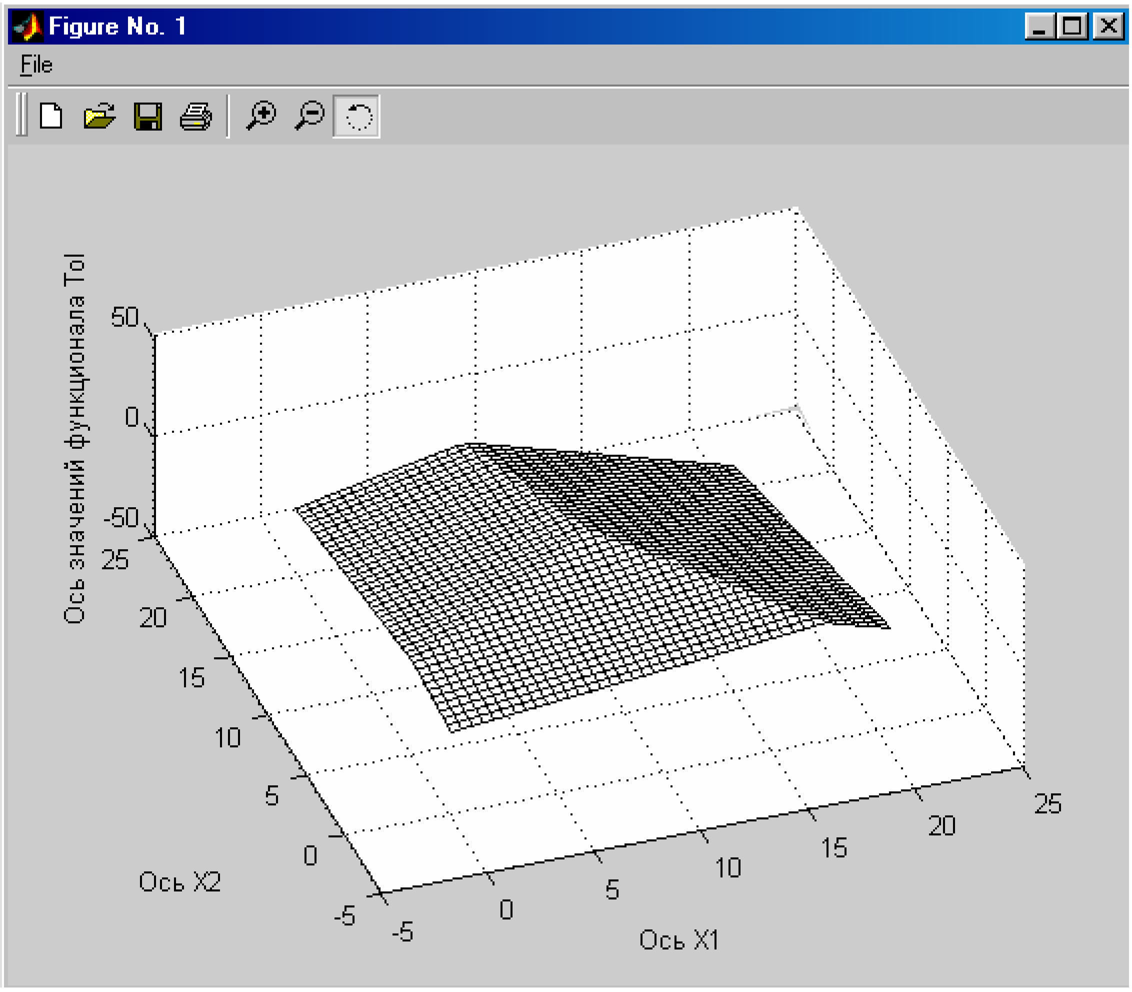

рис. 3.15.График распознающего функционала системы с разных точек зрения (3.2).

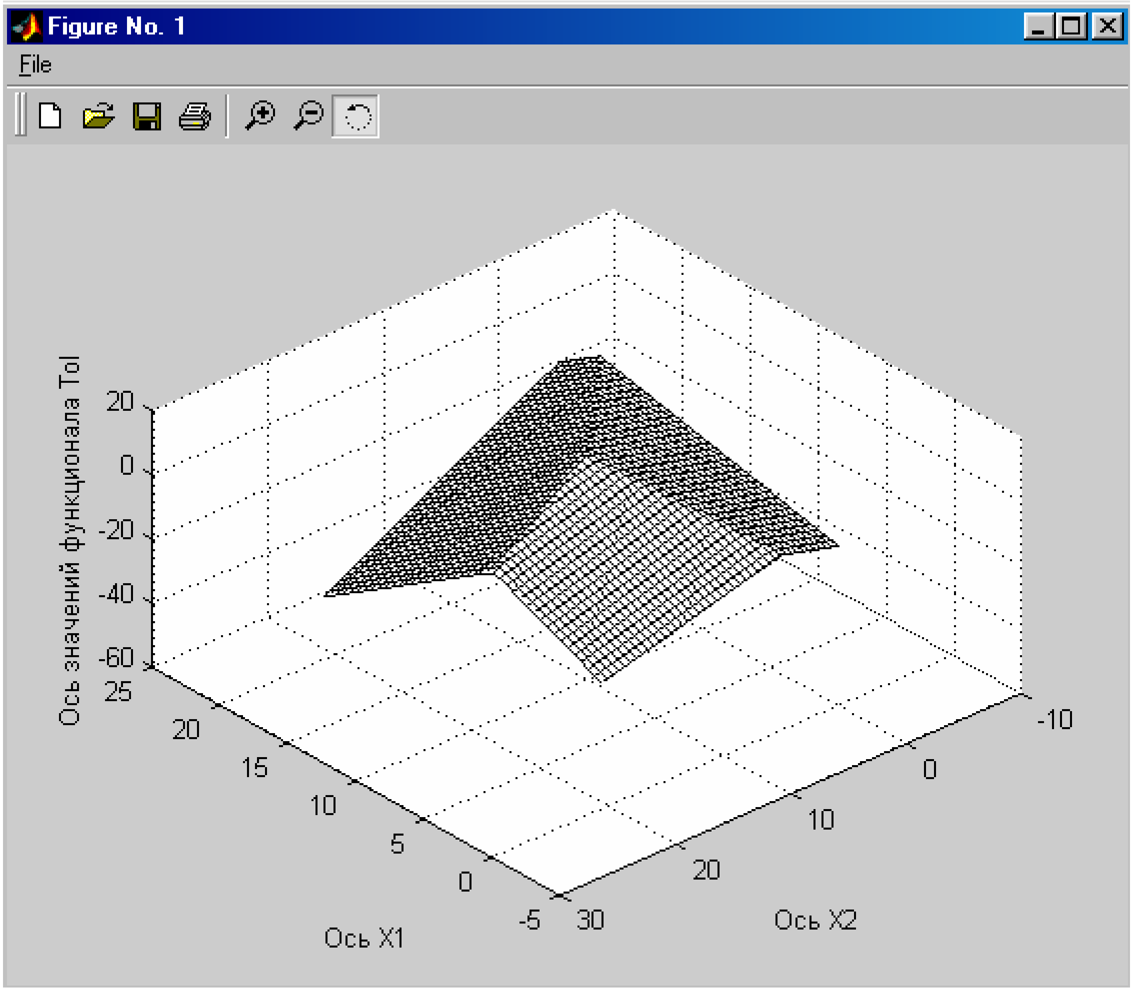

рис. 3.16.График распознающего функционала системы с разных точек зрения (3.2) (продолжение).

Множество решений имеет вид (рис.3.14):

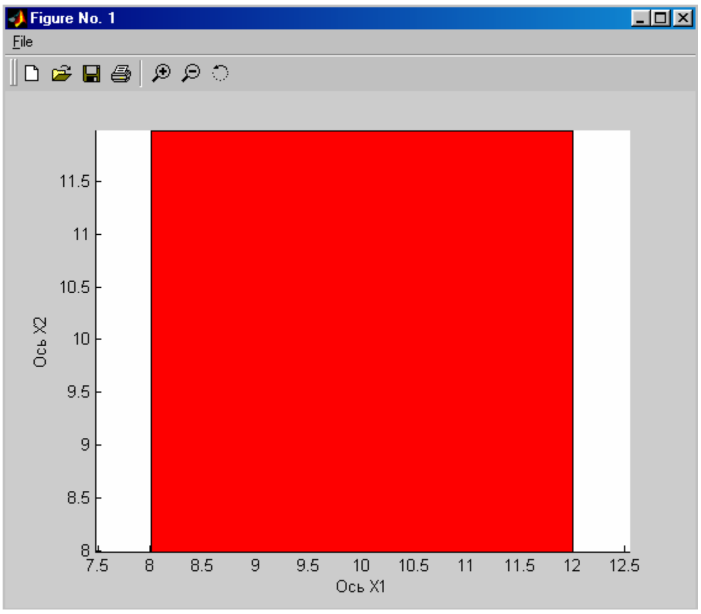

рис.3.17. Множество решений системы (3.2).

Интервальная линейная модель и ее характеристики представлены на рис. 3.18.

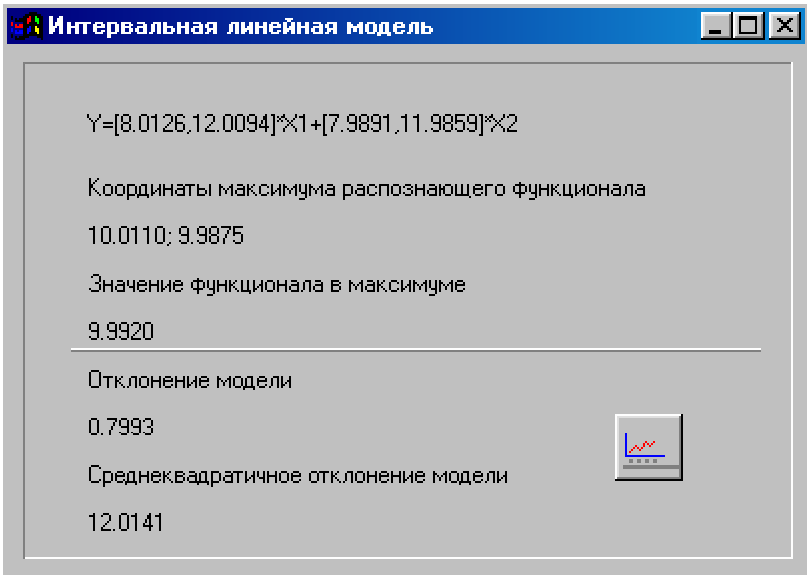

рис.3.18. Линейная интервальная модель системы (3.2) и ее характеристики.

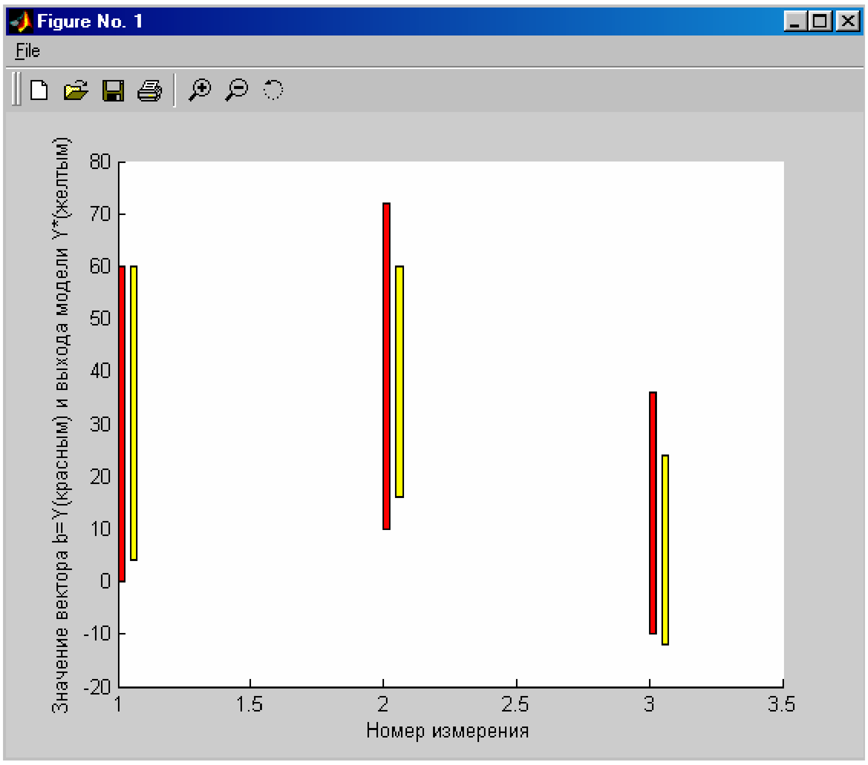

рис.3.19. Выход интервальной системы (3.2) и ее модели.

Полученную интервальную модель можно использовать для прогнозирования выходного параметра изделия или показателя качества. Для этого необходимо задать входы системы (рис.3.20).

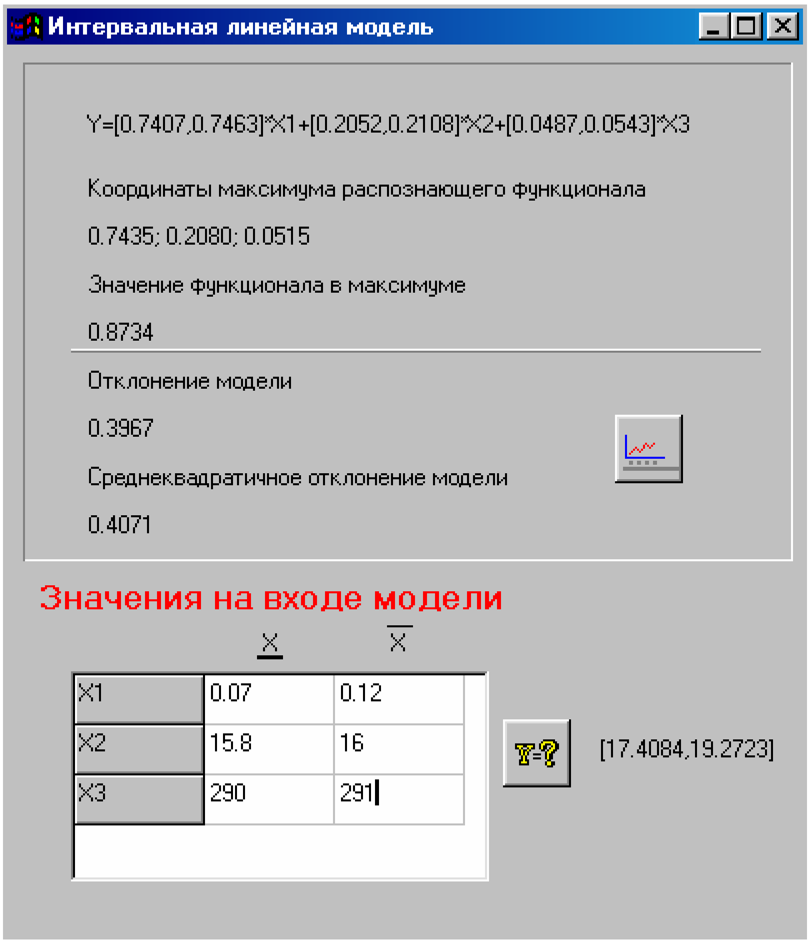

рис.3.20. Прогнозирование выходного параметра изделия по интервальной линейной модели.

Результаты, полученные с помощью разработанного программного обеспечения, совпадают с результатами в [38].

Если интервальные линейные модели получить не удалось, то используем разработанный программный модуль неросетевой аппроксимации. Для этого, согласно предложенной методики, задаем входы и выход подсистемы, формируем выборку для обучения сети, обучаем сеть по выборке, используем неросетевую аппроксимацию для прогнозирования измеряемых параметров (рис. 3.21):

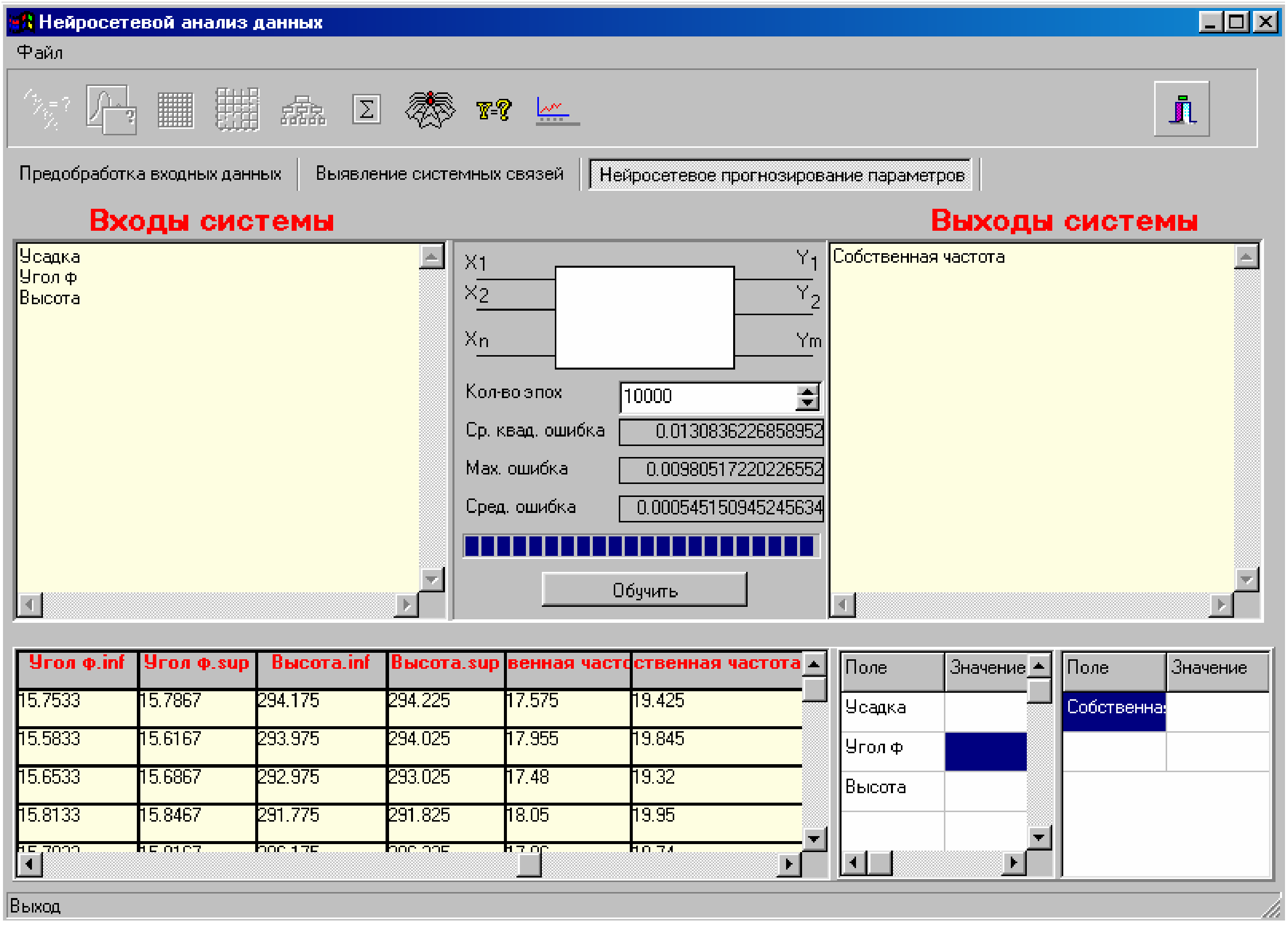

рис.3.21. Модуль нейросетевой аппроксимации и прогнозирования измеряемых параметров

3.5. Выводы

Разработано проблемно-ориентированное программное обеспечение позволяющее путем автоматизированной обработки измерительной информации, накапливаемой в интегрированной информационной системе машиностроительного предприятия осуществлять полный комплекс анализа измерительной информации об изделиях. Это программы, которые осуществляют экспорт интервальных данных для анализа; подготовку исходной информации к дальнейшей обработке; кластеризацию интервальных данных; идентификацию интервальных статических систем; визуализацию результатов; прогнозирование выходных параметров изделия или характеристик качества.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДИК, АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАМНЫХ СРЕДСТВ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМНЫХ СВЯЗЕЙ

4.1. Исследование измеряемой информации о лопастях

Апробация разработанных методик производилась по управлению качеством изготовления лопастей ЛБВ1.030.000.000. Исходными данными для оценки характеристик качества являлись измерение 24 лопастей по 13 выходным параметрам: угол армирования горбушки, угол армирования рабочей поверхности, высота, увод, модуль упругости на горбушке, модуль упругости на рабочей поверхности, толщина монослоя на рабочей поверхности, собственная частота, диаметр обоймы после наклейки, угол ф, масса, предел прочности на горбушке, предел прочности на рабочей поверхности; также использовались 5 параметров технологического процесса изготовления экземпляров данного вида лопасти: влажность в производственном помещении, время пропитки, время термообработки, температура в производственном помещении, температура термообработки и 3 характеристики материала «Изолан»-7ПМ/4:Пенопласт, используемого при изготовлении лопасти: усадка, предел прочности на сжатие, модуль упругости. Таким образом, первоначальная таблица данных состояла из 21 столбца и 24 строк. Для получения измеряемых данных из интегрированного хранилища данных системы управления качеством применялся модуль экспорта измеряемых данных рис.4.1. При этом была сформирована исходная интервальная матрица с измеряемыми параметрами и характеристиками качества изделия. Затем осуществлена предобработка исходной матрицы согласно методике описанной в Главе 2. Таким образом на выходе алгоритма получаем ортогональную интервальную матрицу измеряемых параметров изделий и характеристик качества (рис 4.2). После этапа предобработки выявлено 14 значимых для для характеристик качества ортогональных параметров экземпляров изделия: ***X1*** — угол армирования горбушки, ***X2*** — угол армирования рабочей поверхности, ***X*3** — высота, ***X4*** — увод, ***X7*** — толщина монослоя на рабочей поверхности, ***X8*** —

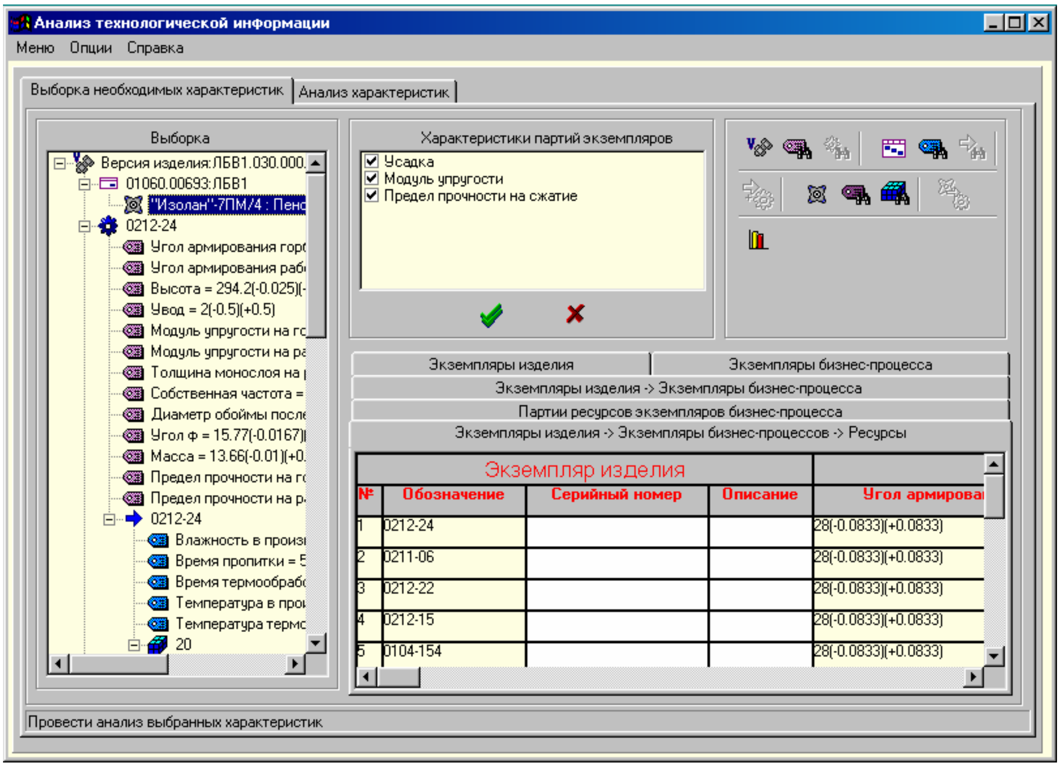

Рис. 4.1. Экспорт измеряемых параметров из хранилища данных системы качества.

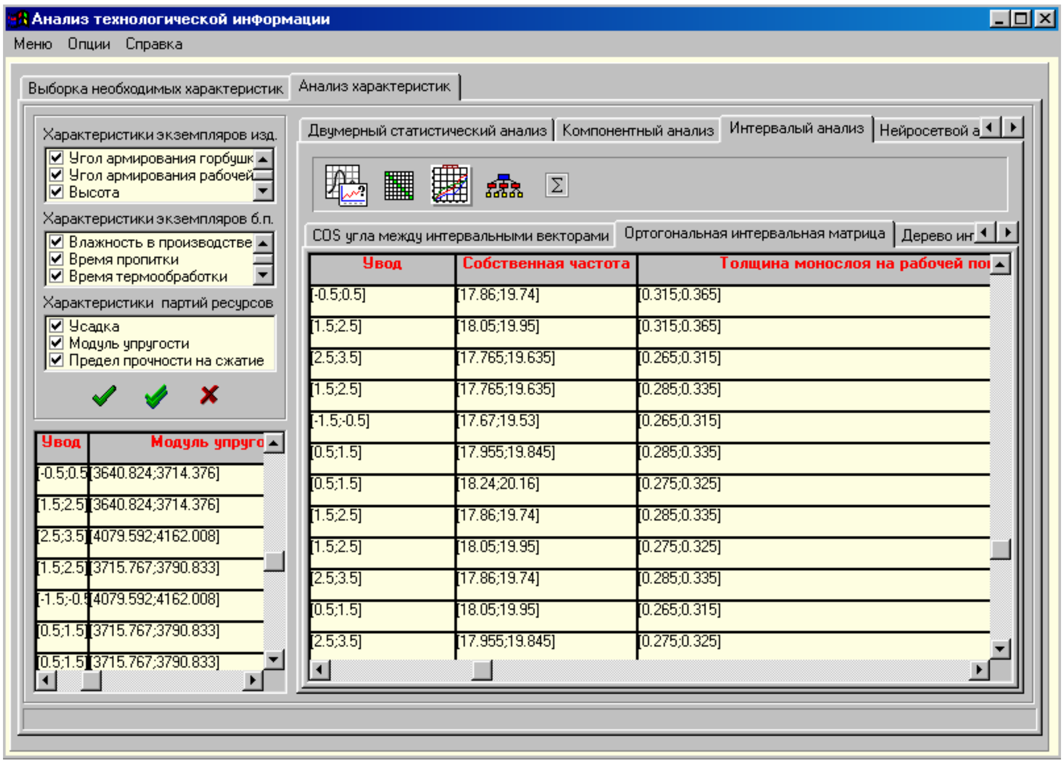

Рис. 4.2. Исходная интервальная матрица и предобработанная ортогональная интервальная матрица измеряемых параметров.

собственная частота, *X9* — диаметр обоймы после наклейки, *X10* — угол ф, *X11* — масса, *X14* — влажность в производственном помещении, *X15* — время пропитки, *X16* — время термообработки, *X17* — температура в производственном помещении, *X18* — усадка.

Следующий этап декомпозиции выбор меры сходства между интервальными векторами. В качестве меры сходство выбрано расстояние между интервальными векторами. В результате алгоритма кластеризации по матрице взаимных мер расстояний получена дендрограмма параметров рис.4.3.

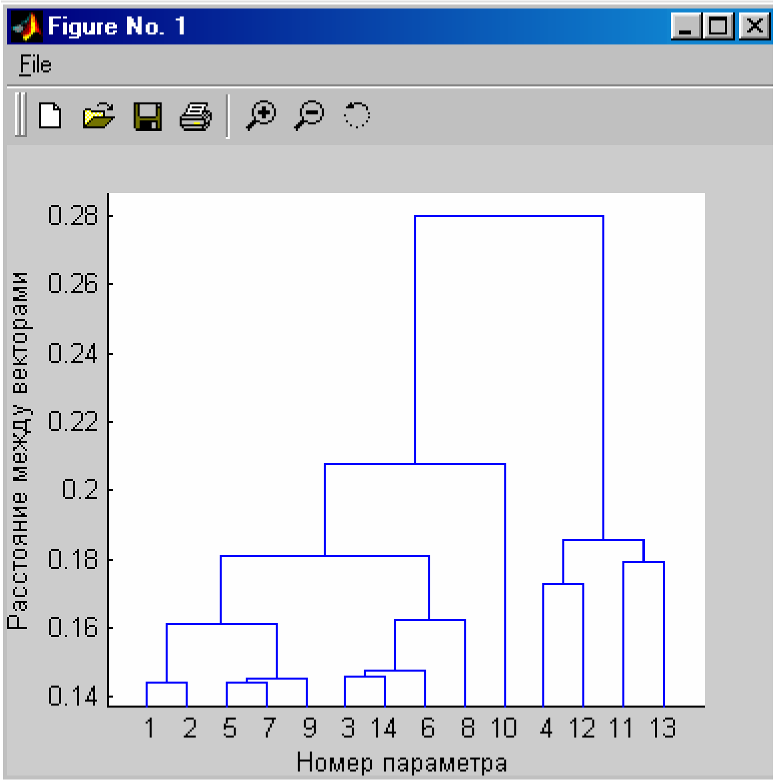

Рис. 4.3. Дендрограмма измеряемых параметров.

Дерево измеряемых параметров было разбито на 5 кластеров. Таким образом, по исходной матрице измеряемых параметров получено 5 подсистем.

Система №1:

X1 — угол армирования горбушки,

X2 — угол армирования рабочей поверхности.

Система №2:

X7 — толщина монослоя на рабочей поверхности,

X9 — диаметр обоймы после наклейки,

X11 — масса.

Система №3:

X3 — высота,

X8 — собственная частота,

X10 — угол ф,
X18 — усадка.
Система №4:
X14 — влажность в производственном помещении.
Система №5:
X4 — увод,
X15 — время пропитки,
X16 — время термообработки,
X17 — температура в производственном помещении.
Дерево подсистем представлено на рис. 4.4.

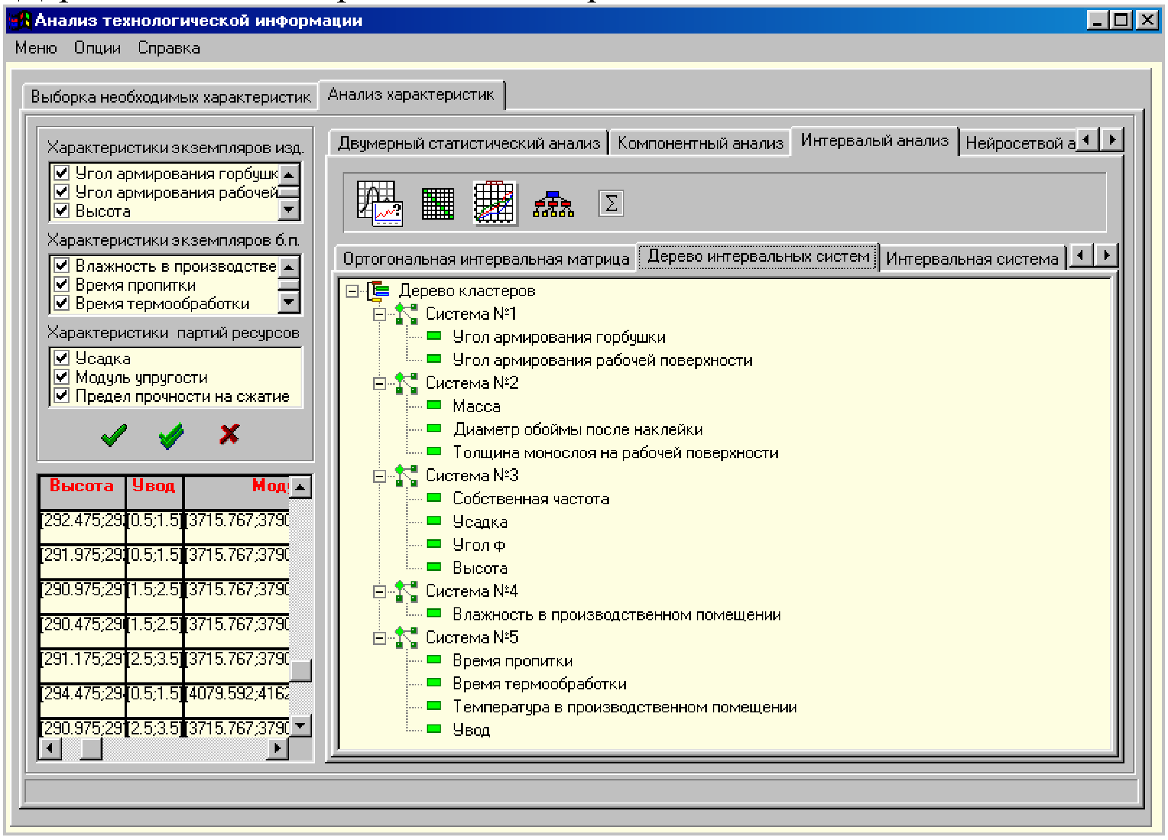

Рис. 4.4. Дерево подсистем измеряемых параметров.

Следующий этап анализа – установление взаимосвязей в подсистемах.

По первой системе допустимого множества решений, и интервального линейного отображения, не существует.

В системе 2 найдено следующие отображение: (масса, диаметр обоймы после наклейки) → (толщина монослоя на рабочей поверхности). График распознающего функционала для этого отображения представлен на рис.4.5.

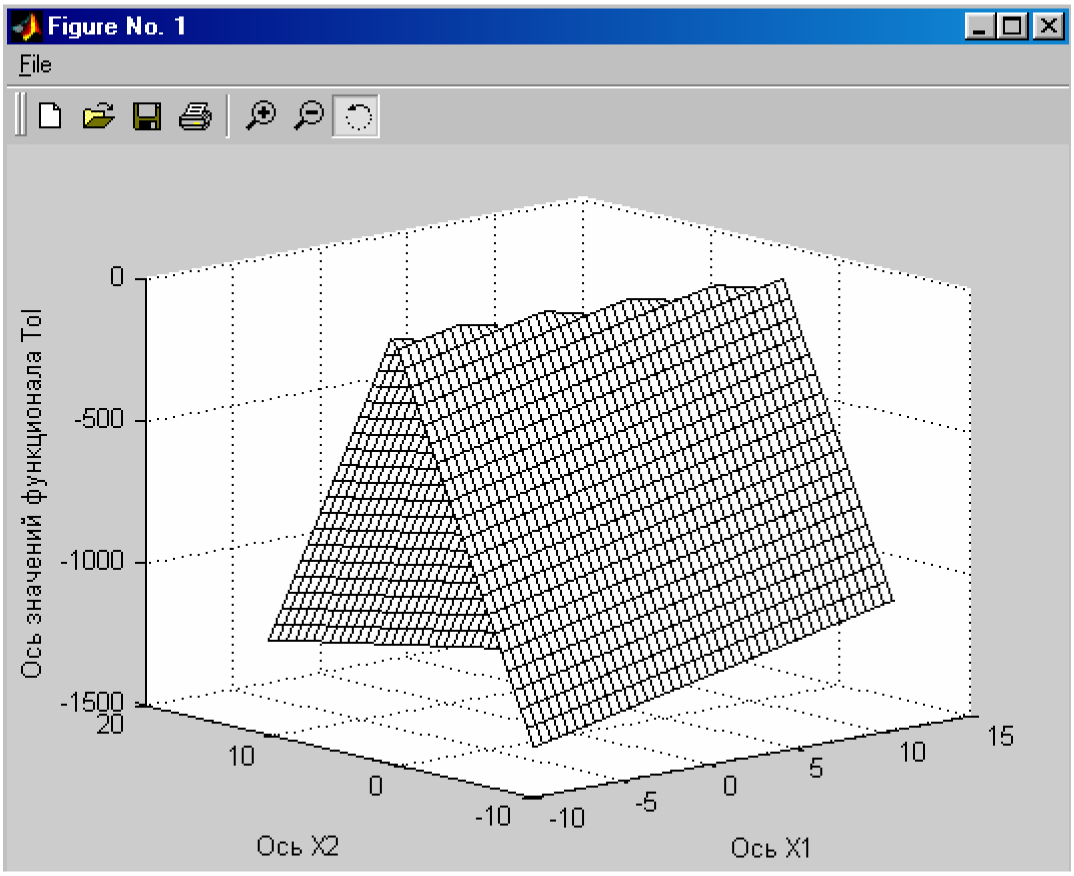

Рис. 4.5. График распознающего функционала.

Уравнение зависимости выхода системы от входных параметров имеет вид:

$$\boldsymbol{Y} = [-0.3356, -0.3354]\boldsymbol{X1} + [0.0399, 0.0401]\boldsymbol{X2},$$

при этом получены основные характеристики модели (рис. 4.6): значение функционала в максимуме 0.0157, среднеквадратичное отклонение модели от измеряемых данных 0.0394. График выхода системы и модели приведен на рисунке 4.7.

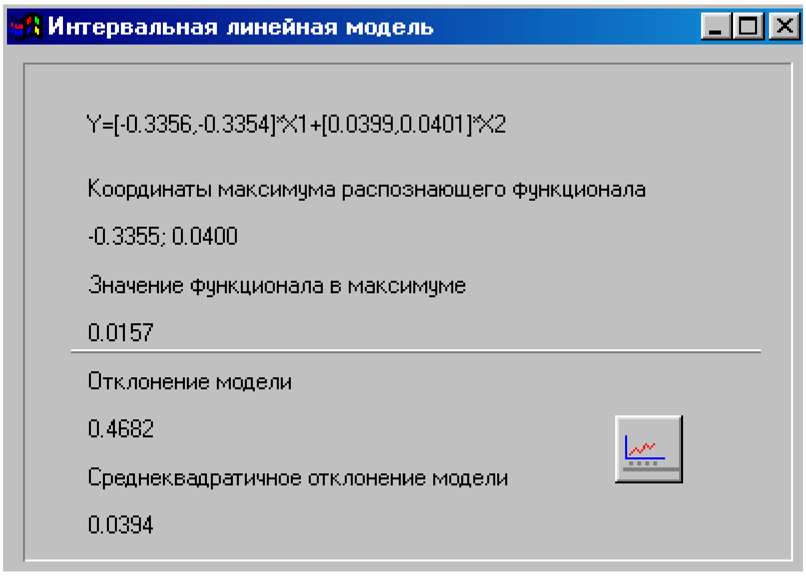

Рис. 4.6. Основные характеристики модели.

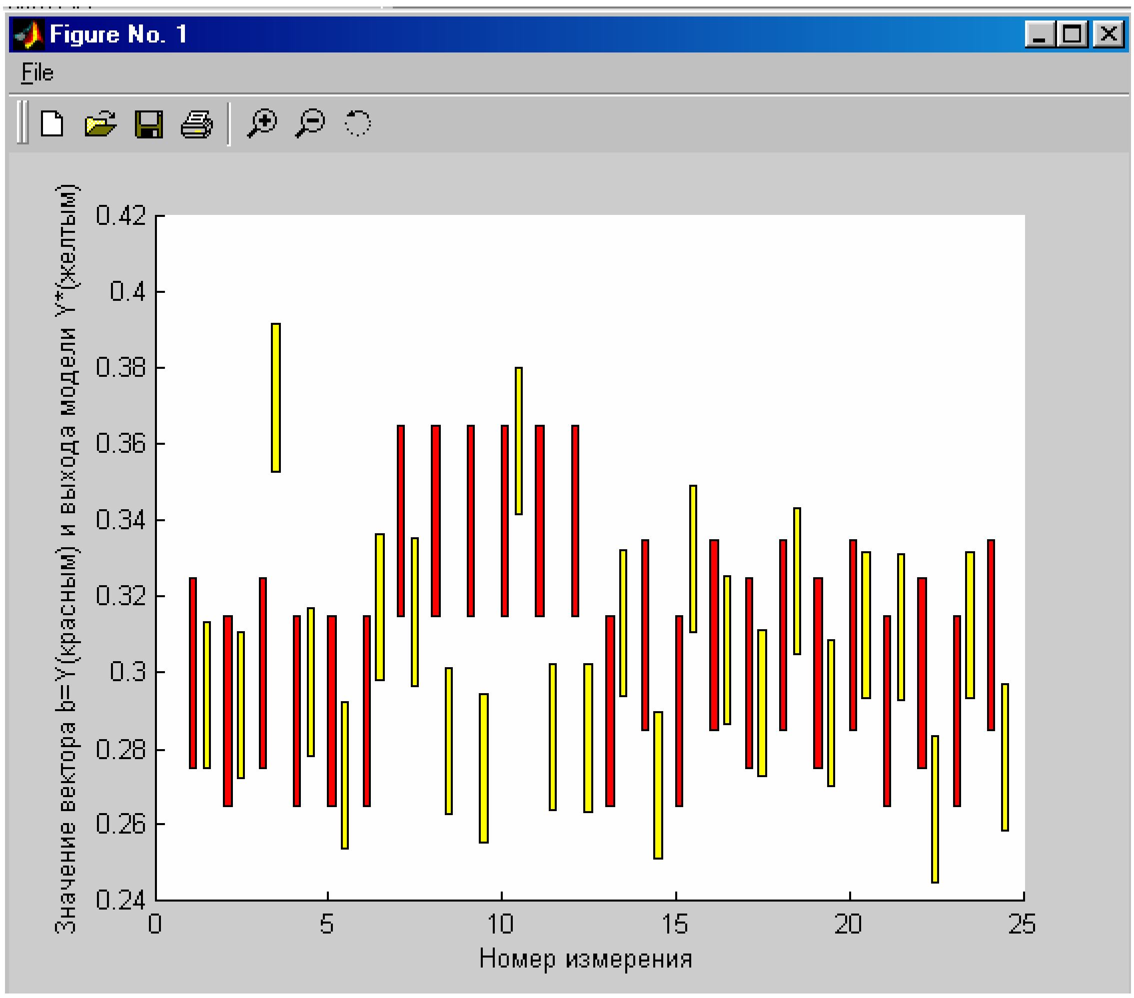

Рис. 4.7. Выход модели и системы.

Для третьей полученной подсистемы, установлена зависимость (усадка, высота, угол ф) → (собственная частота лопасти). Уравнение зависимости имеет вид:

$$\boldsymbol{Y} = [0.7407, 0.7463]\boldsymbol{X1} + [0.2052, 0.2108]\boldsymbol{X2} + [0.0487, 0.0543]\boldsymbol{X3},$$

основные характеристики модели: значение функционала в максимуме 0.8734, среднеквадратичное отклонение модели от измеряемых данных 0.4071. Аппроксимация множества решений в виде бруса представлена на рис. 4.8, график выхода системы и модели — на рис. 4.9, пример прогнозирования параметра качества изделия (собственная частота) представлен на рис. 4.10.

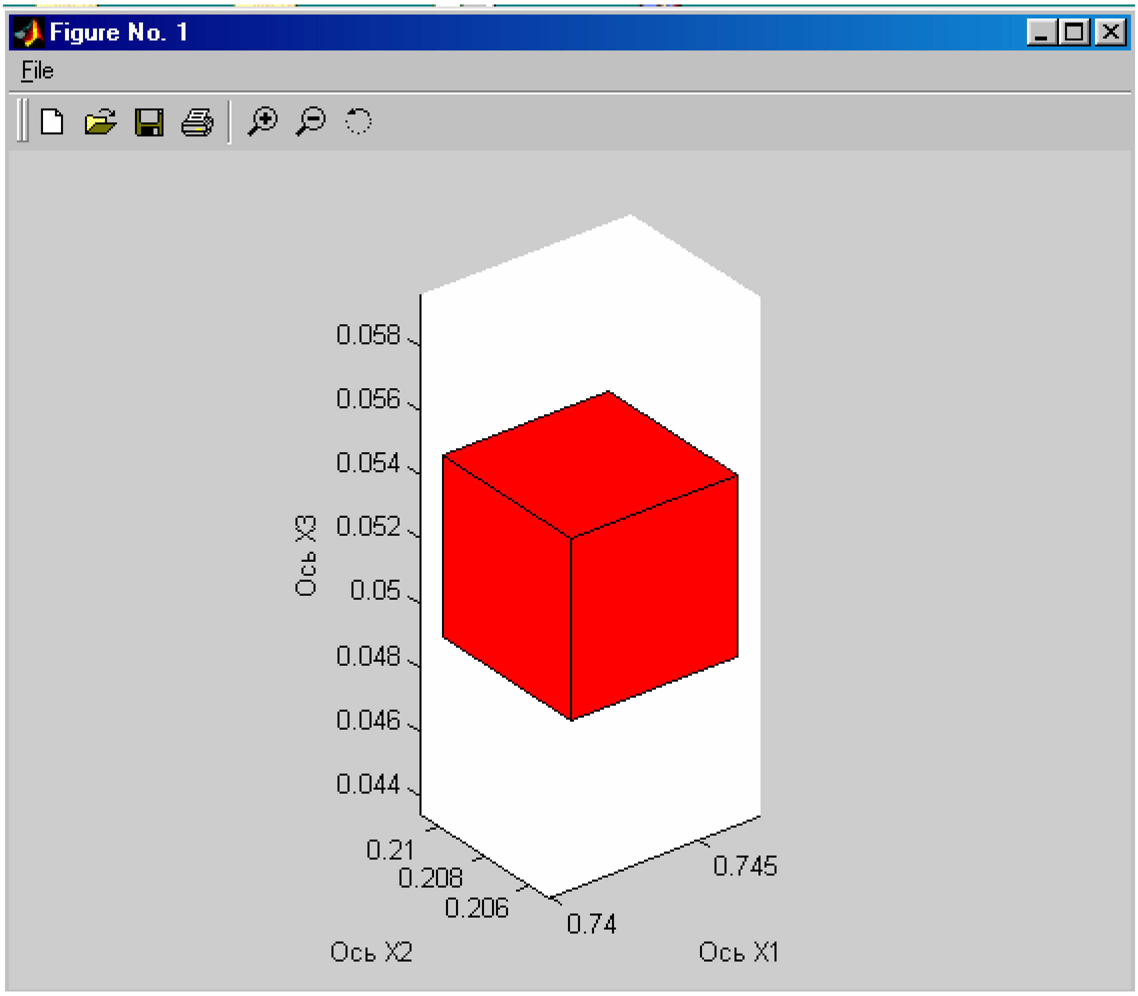

Рис.4.8. Брус аппроксимации множества решений.

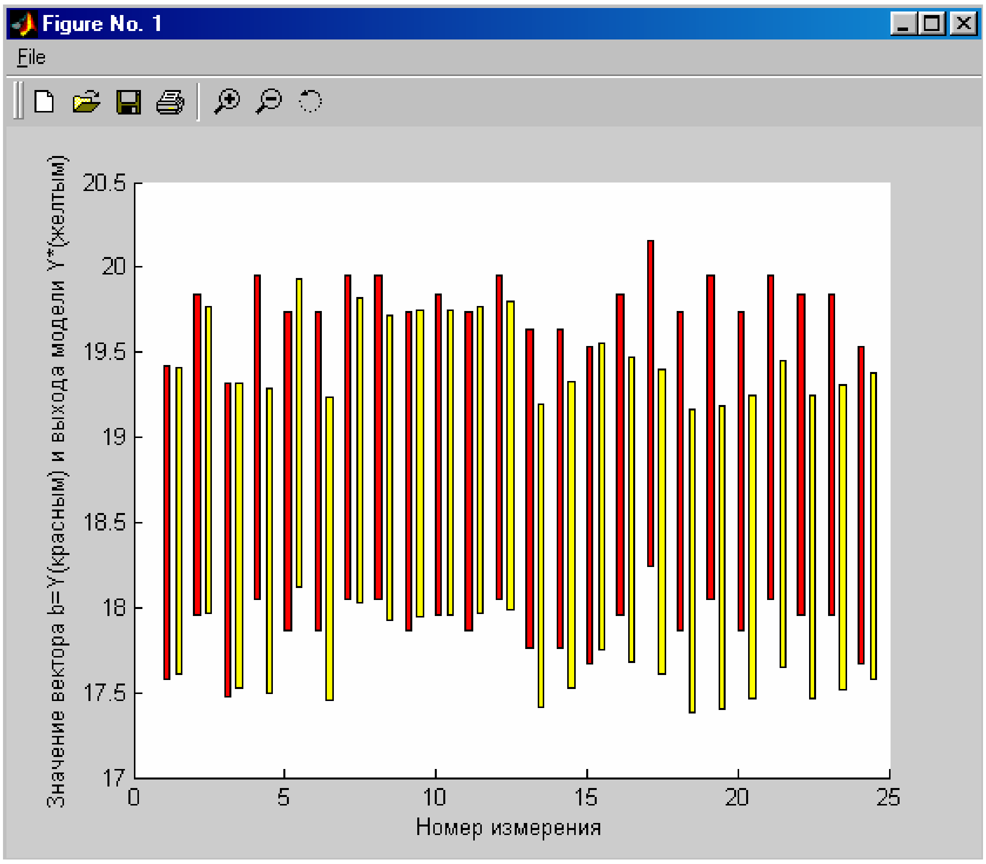

Рис. 4.9. Выход модели и системы.

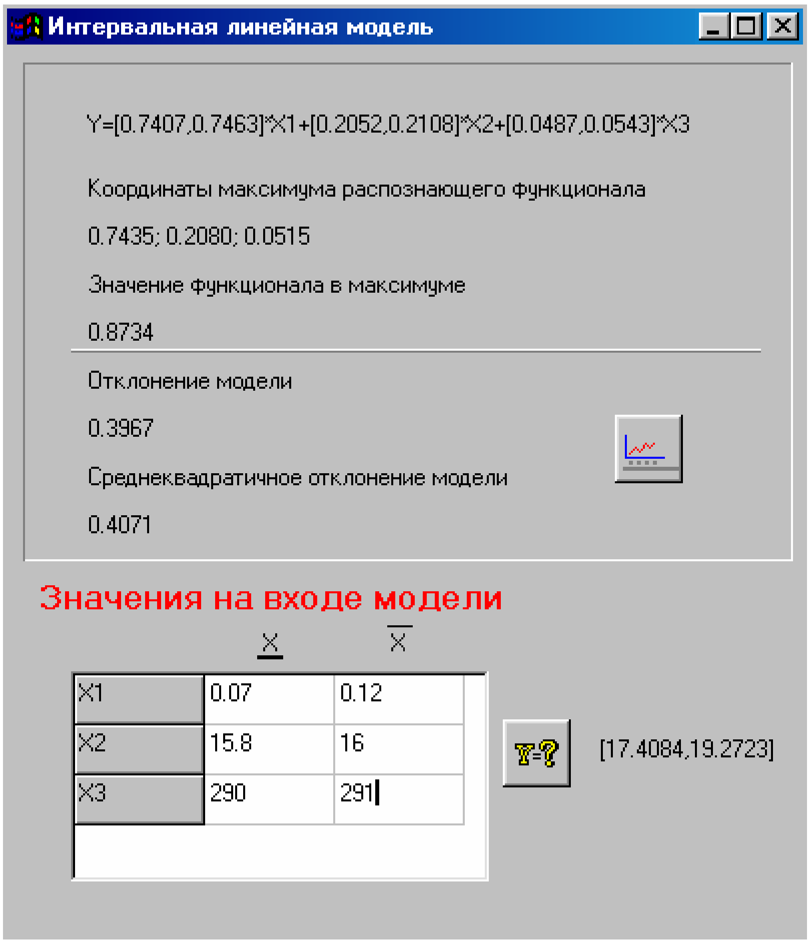

Рис. 4.10. Интервальная модель и прогноз.

Для пятой подсистемы установлена следующая зависимость (время пропитки, время термообработки, температура в производственном помещении) $\rightarrow$ (увод лопасти):

$$\boldsymbol{Y} = [0.0136, 0.0144]\boldsymbol{X1} + [-0.0799, -0.0791]\boldsymbol{X2} + [-0.0894, -0.886]\boldsymbol{X3},$$

основные характеристики модели: значение функционала в максимуме 0.2328, среднеквадратичное отклонение модели от измеряемых данных 1.8034.

4.2. Сравнение результатов исследования измеряемых данных

Для определения эффективности разработанных алгоритмов, методик, программных средств, произведен эксперимент. Сравнивались результаты, получаемые с помощью разработанного ПО, и результаты, получаемые с помощью современных распространенных средств исследования измеряемых параметров.

Сравнение производилось следующим образом. Произведена предварительная обработка исходной матрицы параметров, как для чисел, так и для интервалов. Далее, производилась кластеризация исходной информация для получения совокупности подсистем. Как для точечных параметров, так и для интервалов использовался метод ближней связи. В первом случае мера сходства коэффициент корреляции, а для кластеризации интервальных параметров мера сходства интервальное расстояние. В результате точечной кластеризации были получены следующие подсистемы зависимых параметров (рис. 4.11):

Система №1:

X1 — угол армирования горбушки,

X18 — усадка,

X16 — время термообработки,

X7 — толщина монослоя на рабочей поверхности.

Система №2:

X2 — угол армирования рабочей поверхности, X17 — температура в производственном помещении,

X9 — диаметр обоймы после наклейки,

X3 — высота,

X11 — масса.

Система №3:

X14 — влажность в производственном помещении,

X8 — собственная частота.

Система №4:

X15 — время пропитки,

X10 — угол ф,

X4 — увод.

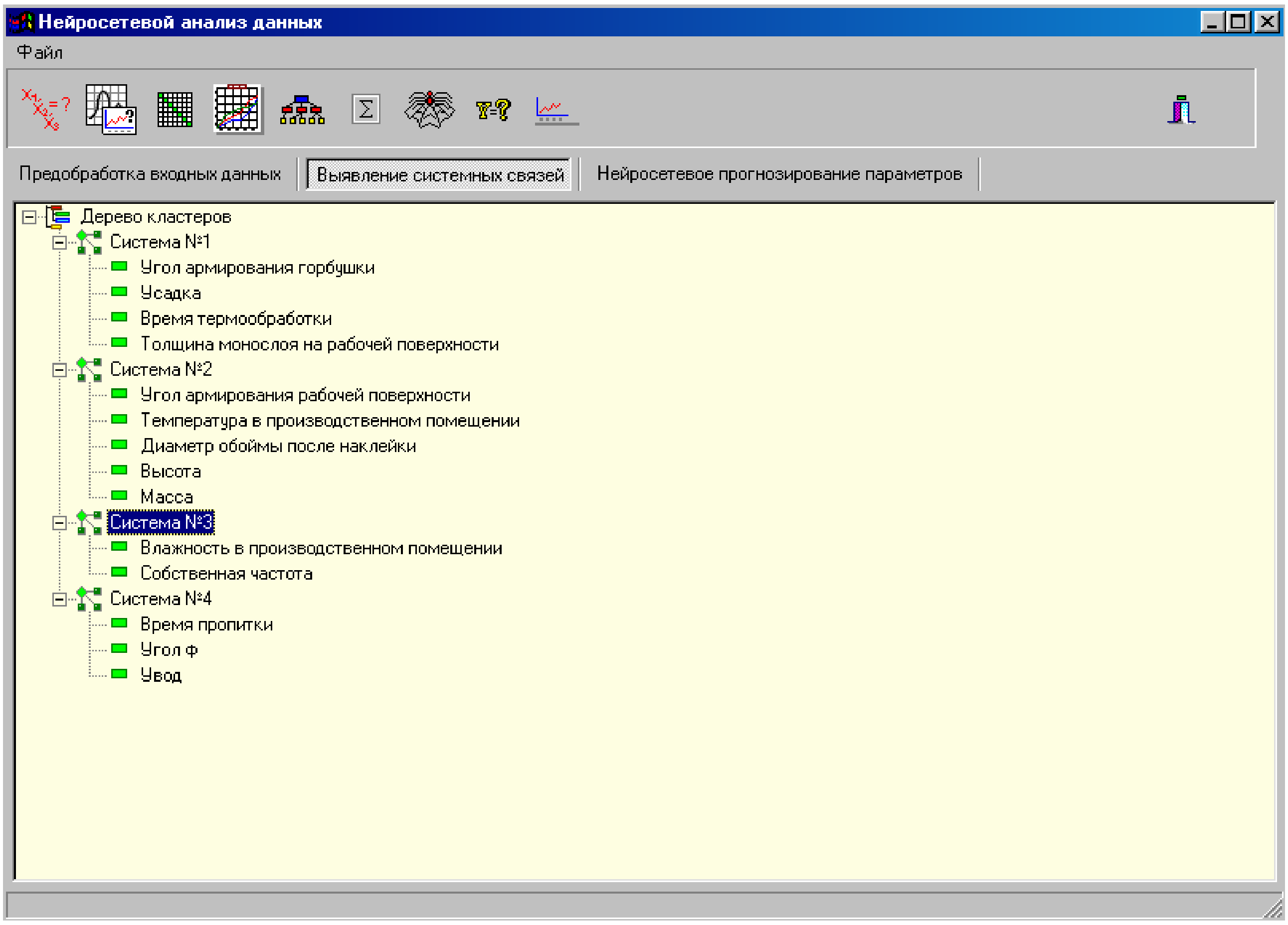

Рис.4.11. Дерево подсистем измеряемых параметров при точечном анализе .

Результат разбиения исходной совокупности на подсистемы мало согласуется с мнением технологов, в отличие от результатов кластеризации интервальных данных. Что подтвердило и моделирование зависимостей в кластерах.

Зависимости внутри подсистем для точечных и интервальных параметров искались в виде нейросетевых аппроксимаций. В случае точечных параметров, выборки в кластерах для обучения нейронной сети были слишком противоречивы. Это привело к тому, что сеть плохо аппроксимировала функцию отображения входов в выход подсистемы. Ошибки сети при расчетах прогнозов параметров изделий или характеристик качества при этом были больше, нежели в случае аппроксимации интервальной зависимости.

Сравним следующие результаты:

1. В случае интервальной аппроксимации зависимости (угол армирования рабочей поверхности(**X**)) $\rightarrow$ (угол армирования горбушки(**Y**)) среднеквадратичная ошибка сети 0.000006 (рис.4.12), в случае точечной аппроксимации зависимости (толщина монослоя на рабочей поверхности (X1), усадка (X2), время термообработки (X3)) $\rightarrow$ (угол армирования горбушки (Y)) среднеквадратичная ошибка сети 0.13 (рис.4.13).

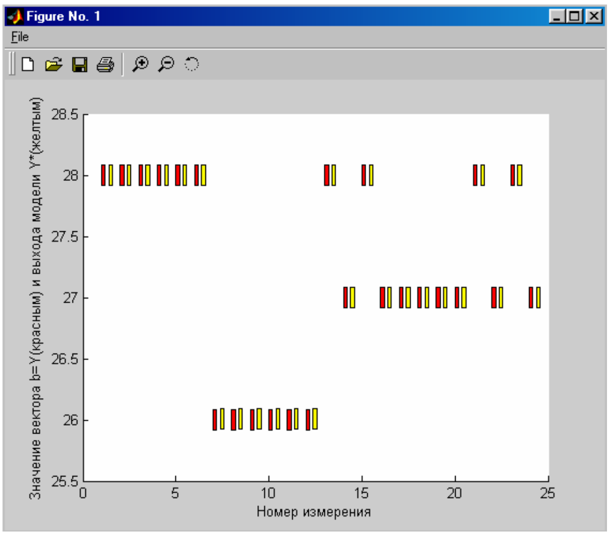

Рис. 4.12. Выход нейронной сети и системы при интервальных значениях.

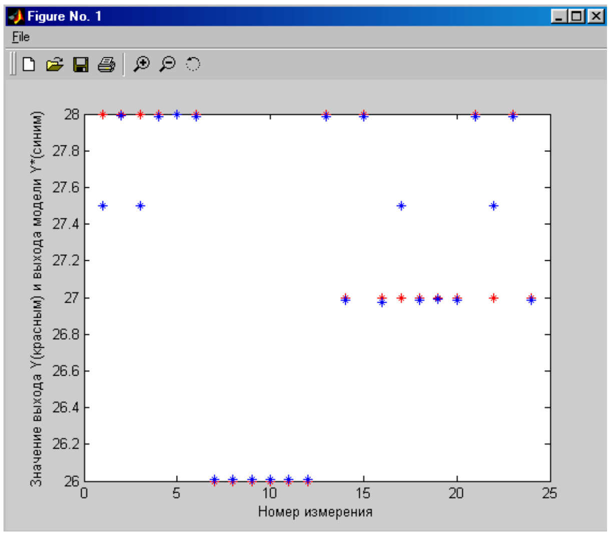

Рис. 4.13. Выход нейронной сети и модели при точечных значениях.

2. В случае интервальной аппроксимации зависимости (масса (**X**1), диаметр обоймы после наклейки (**X**2)) $\rightarrow$ (толщина монослоя на рабочей поверхности (**Y**)) среднеквадратичная ошибка сети 0.09 (рис.4.14), в случае

точечной аппроксимации зависимости (угол армирования горбушки (X1), усадка (X2), время термообработки (X3)) → (толщина монослоя на рабочей поверхности (Y)) среднеквадратичная ошибка сети 0.06 (рис.4.15).

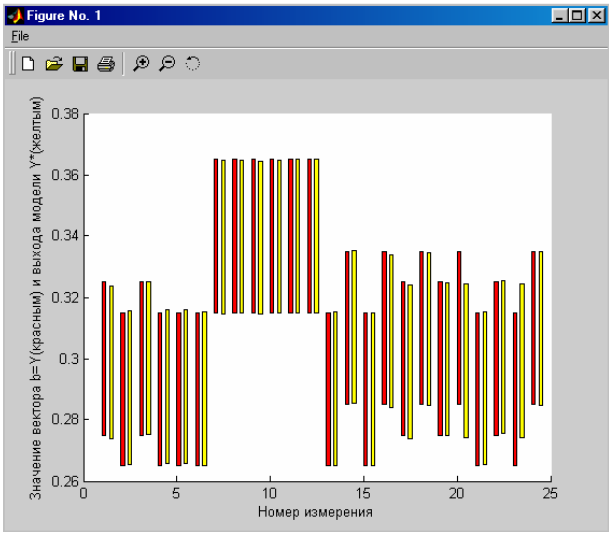

Рис. 4.14. Выход нейронной сети и системы при интервальных значениях.

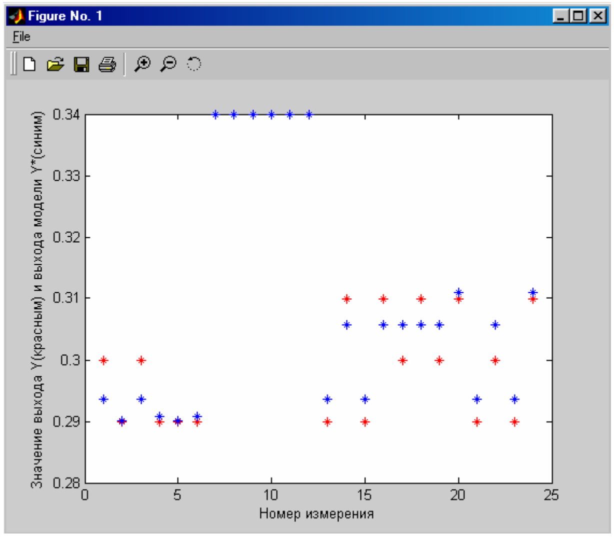

Рис. 4.15. Выход нейронной сети и модели при точечных значениях.

3. В случае интервальной аппроксимации зависимости (усадка (***X1***), высота (***X2***), угол ф (***X3***)) → (собственная частота лопасти (***Y***)) среднеквадратичная ошибка сети 0.03 (рис.4.16), в случае точечной аппроксимации зависимости (угол армирования горбушки (X1), усадка (X2), время термообработки (X3)) → (толщина монослоя на рабочей поверхности (Y)) среднеквадратичная ошибка сети 0.4 (рис.4.17).

4. В случае интервальной аппроксимации зависимости (время пропитки (***X1***), время термообработки (***X2***), температура в производственном помещении (***X3***)) → (увод лопасти (***Y***)) среднеквадратичное отклонение нейронной сети составило 0.0002 (рис. 4.18). При точечных параметрах, зависимость (время пропитки (*X1*), угол ф (*X2*)) → (увод лопасти (*Y*)) ,среднеквадратичное отклонение сети 0.04 (рис. 4.19).

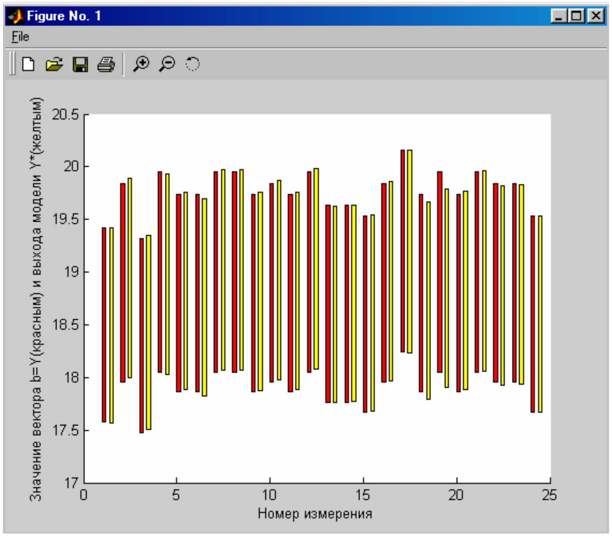

Рис. 4.16. Выход нейронной сети и системы при интервальных значениях.

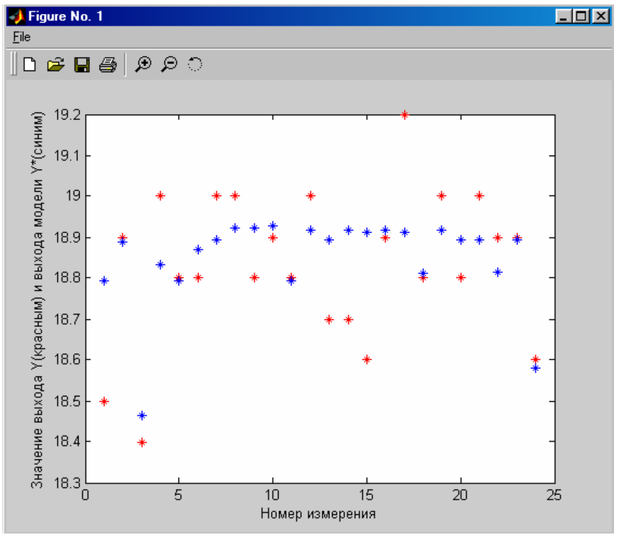

Рис. 4.17. Выход нейронной сети и модели при точечных значениях.

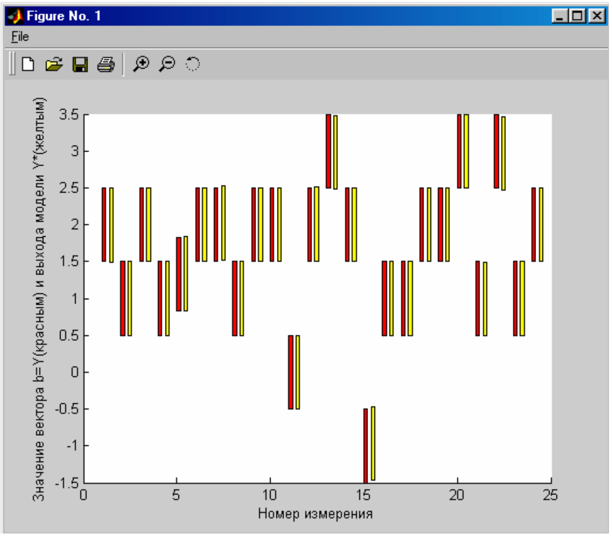

Рис. 4.18. Выход нейронной сети и системы при интервальных значениях.

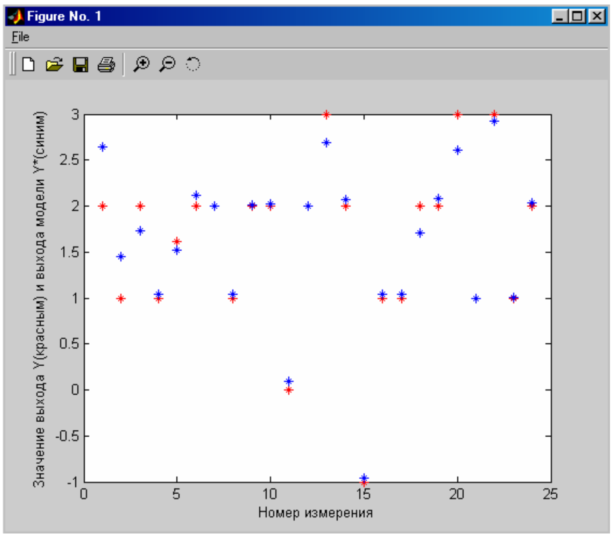

Рис. 4.19. Выход нейронной сети и модели при точечных значениях.

Из экспериментов видно, что при использовании разработанных методик модели зависимостей имеют большую точность по сравнению с методами анализа точечных данных.

Таким образом, полученные результаты доказывают правильность использования интервального подхода и интервального представления измеряемой информации. При этом интервал несет в себе больше информации об измерении, чем точечное значение. Что, в свою очередь, позволяет строить более качественные и точные модели системных зависимостей в измеряемых данных.

4.3. Выводы

Проведен анализ результатов внедрения разработанного проблемно-ориентированного программного обеспечения в интегрированную систему управления качеством в предприятии авиастроительной отрасли ОАО «Научно-производственное предприятие «Аэросила».

Апробация разработанных методов производилась по управлению качеством изготовления лопастей ЛБВ1.030.000.000. Исходными данными для оценки качества являлись измерение 24 лопастей по 13 выходным параметрам.

Изложено применение методов оценки меры сходства как расстояния между интервальными векторами.

На основе полученных зависимостей существующей на предприятии системы управления качеством, экспертной системой были определены рекомендации по управлению качеством изготовления лопастей и разработаны рекомендации по обеспечению задач оценки качества изделий.

Проведено сравнение результатов, получаемых с помощью разработанных методик исследования системных связей в интервальных данных с результатами анализа точечных данных.

Таким образом, результаты апробации разработанных средств в систему управлением данными об изделиях машиностроительного предприятия подтвердило эффективность разработанных методик и алгоритмов.

На основе полученных зависимостей существующей на предприятии системы управления качеством, экспертной системой были определены рекомендации по управлению качеством изготовления лопастей и разработаны рекомендации по обеспечению задач оценки качества изделий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом работы в соответствии с поставленной целью являются разработанные методики, алгоритмы и программно-математические средства моделирования системных связей на основе измерений и анализа интервальных данных.

Новые научные результаты состоят в следующем:

1. Разработан алгоритм кластеризации измеряемой технологической информации при интервальной неопределенности в данных, позволяющий получать многомерные интервальные модели.
2. Разработана методика выявления системных связей, на основе получения интервальных линейных моделей измеряемых параметров и заданных характеристик с использованием методов идентификации статических систем, предложенных С. П. Шарым и В. В. Шайдуровым.
3. Разработана методика настройки параметров нейронных сетей для задач моделирования системных связей в интервальных данных.
4. Разработан комплекс программно-математических средств моделирования системных связей, на основе предложенных методик анализа интервальных данных.

Практическая ценность работы состоит в разработке комплекса проблемно-ориентированных программных средств, обеспечивающего информационную поддержку решения задач моделирования системных связей по измеряемым данным с применением современных методов CALS-технологий.

Разработано приложение для предприятий авиационной промышленности, позволяющее строить интервальные модели на основе измеряемой информации, хранящейся в интегрированной информационной системе управления данными об изделии с целью установления системных связей между параметрами изделий и характеристиками качества.

Проведен обзор работ, посвященных анализу интервальных данных, в результате которого были поставлены задачи исследования систем с измеряемыми параметрами.

Разработаны принципы построения проблемно-ориентированного программного обеспечения для интервального анализа измеряемых параметров, обеспечивающего возможность интегрироваться в существующие системы управления данными об изделиях промышленных предприятий.

В рамках интегрированной системы управления данными об изделии разработано программное приложение, позволяющее обрабатывать измеряемую информацию о характеристиках системы.

Программное обеспечение внедрено в эксплуатацию в НПП “Аэросила” (Московская обл., г. Ступино).

С помощью разработанного программного обеспечения произведен анализ качества лопасти ЛБВ1.030.000.000. Получена структурная модель и интервальные зависимости показателей качества от измеряемых параметров.

Результаты работы используются в учебном процессе кафедры “Управления и моделирования систем” МГУПИ в рамках специальных дисциплин.

Библиография

1. Шарый С. П. Интервальные алгебраические задачи и их численное решение // Дис. .. докт. физ.-матем. наук.— Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2000.
2. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления: Пер. с англ.— М.: Мир, 1987.
3. Колмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. – Новосибирск: Наука, 1986.
4. Moore R.E. Methods and Applications of Interval Analysis. – SIAM, Philadelphia, 1979.
5. Вощинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. – Москва-София: Издательство МЭИ-Техника, 1989.
6. Шокин Ю. И. Интервальный анализ. – Новосибирск: Наука,1981.
7. Добронец Б.С. Интервальная математика. – Учеб. пособ./ Б.С. Добронец, Краснояр. гос. ун-т. – Красноярск, 2004.
8. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. – Москва: Мир,1969.
9. Касти Дж. Большие системы. Связаность, сложность и катастрофы: Пер. с англ.- М.: Мир, 1982.
10. Neumaier A. Interval Methods of System Equations.// SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. – 2000. Vol. 21 - P. 1156-1162.
11. Месарович М., Тахара Я. Общая теория систем: математические основы. – Москва: Мир, 1978.
12. Музыкин С.Н., Родионова Ю.М. Системный анализ. – М.: МГАПИ, 2003.
13. Shary S.P. Controllable solution set to interval statistic systems.// Applied Mathematics and Computation.- 1997. – Vol. 86, №2-3.- P.185-196.
14. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. 296 с.

15. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1990, с..89-99.
16. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1991, с.77-86.
17. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1988, с.45-55.
18. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. - Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1995, с.114-124.
19. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Пермский государственный университет, 1993, с.149-158.
20. Биттар А.Б. Метод наименьших квадратов для интервальных данных. Дипломная работа. - М.: МЭИ, 1994. 38 с.
21. Орлов А. И. Прикладная статистика: Учебник.— М.: Изд-во «Экзамен», 2004.
22. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. 576 с.
23. Чернецкий В. И. Математическое моделирование стохастических систем.— Петрозаводск: Петрозаводский гос. ун-т . 1994.
24. Сошникова Л. А., Тамашевич В. Н. Многомерный статистический анализ в экономики.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.
25. Шитиков В.К., Розенберг Г.С., Зинченко Т.Д. Количественная гидроэкология: методы системной идентификации. – Тольятти: ИЭВБ РАН, 2003. – 463 с.
26. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. 296 с.

27. Вощинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. - М.: МЭИ - София: Техника, 1989.
28. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Применение теории нечетких множеств и интервального анализа при расчете и оптимизации в системах газоснабжения.//Тезисы докладов научно-технической конференции "Использование вычислительной техники в решении задач повышения эффективности производства", Краснодар, 1985, с.43-44
29. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000. 352 с.
30. Rohn J. Input-output model with interval data. // Econometrica. – 1980.- Vol.48.- P. 767-769.
31. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления/ Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.
32. Справочник по теории автоматического управления / Под. ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987.
33. Пугачев В.С., Казаков И.Е., Евланов Л.Г. Основы статистической теории автоматических систем. – М.: Наука, 1978.
34. Федорчук В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. Пособие. – М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2001.
35. Хлебалин Н.А. Аналитический метод синтеза регуляторов в условиях неопределенности параметров объекта // Аналитические методы синтеза регуляторов. – Саратов: Саратовский политехнический институт, 1981. – С.127-123.
36. Хлебалин Н.А. Синтез интервальных регуляторов в задаче модального управления // Аналитические методы синтеза регуляторов. – Саратов: Саратовский политехнический ин-т, 1988. – С.26-30.

37. Захаров А.В., Шокин Ю.И. Синтез систем управления при интервальной неопределенности параметров их математических моделей // Доклады АН СССР, 1988.- Т.299, №2-С. 292-295.
38. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. // Электронный вариант книги находится на сервере Института вычислительных технологий СО РАН по адресу http://www.ict.nsc.ru/ru/textbooks.html
39. Демьянов В.Ф., Васильев Л.В. Недифференцируемая оптимизация. Москва: Наука,1988.
40. Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы. – Москва: Наука,1990.
41. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию.- Москва: Наука, 1983.
42. Kiwiel K.C. Methods of descent for nondifferentiable optimization. – Berlin, Springer Verlag, 1985.
43. Рыков А.С. Поисковая оптимизация. Методы деформируемых конфигураций. – Москва :Физико-математическая литература, ВО “Наука”, 1993.
44. Neumaier A. Tolerance analysis with interval arithmetic // Freiburger Interval-Berichte. – 1986. - No.9/86 – S. 5-19.
45. Шайдуров В.В., Шарый С.П. Решение интервальной линейной задачи о допусках.- Красноярск, 1988.- 27с.- (Препринт / ВЦ СО АН СССР; №5).
46. Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. М.: «Издательство Машиностроение - 1», 2004.
47. Судов Е.В. Интегрированная информационная поддержка жизненного цикла машиностроительной продукции. Принципы. Технологии. Методы. Модели.-М.:ООО Издательский дом “МВМ”, 2003.-264 с.
48. ИСО 9000:2000. Системы менеджмента качества. Основные положения и словарь.

49. Р50.1.031-2001. Информационные технологии поддержки жизненного цикла продукции. Терминологический словарь. Часть 1. Стадии жизненного цикла продукции. Госстандарт РФ 2001 г.
50. Судов Е.В., Левин А.И., Барабанов В.В., Давыдов А.Н. Концепция развития CALS-технологий в промышленности России - М.: ВИМИ, 2002.
51. Ляпин Д.С. Использование ИПИ-технологий для оценки качества и надежности наукоемких изделий машиностроительного предприятия // Материалы V международной конференции форума “Применение ИПИ(CALS)-технологий для повышения качества и конкурентоспособности наукоемкой продукции”.-2003.-С.92-97 .
52. Добронец Б.С., Шайдуров В.В. Двусторонние численные методы.- Новосибирск: Наука, 1990.
53. Patte H., ed., Hierachy Theory, Braziller, New York, 1973.
54. Ashby W.R., Introduction to Cybernetics, Chapman and Hall, London, 1956.
55. Юдин Д.Б., Горяшко А.П. Проблемы управления и теория сложности. П. – Техническая кибернетика, 1974, 12, с.12-24.
56. Нечипоренко В.И. Структурный анализ систем. – М.: Советское радио,1977.
57. Горбатов В.А. Теория частично упорядоченных систем. – М.: Советское радио, 1976.
58. Arbib M., Brains, Machines and Mathematics, McGraw-Hill, New York, 1964.
59. Simon H., The Architecture of complexity, Proc. Am. Soc., 106, 467-482, 1962.
60. Gottinger H., Complexity and Dynamics: Application of Dynamic System Theory, IEEE, Trans. Syst. Man. Cyber., 867-873, 1976.
61. Компьютерно-интегрированные производства и CALS-технологии в машиностроении / Под ред. д-ра техн. наук, проф.Б.И. Черпакова. – М.: ГУП ВИМИ, 1999. – 512с.

62. CALS (Continuous Acquisition and Life cycle Support – непрерывная информационная поддержка жизненного цикла изделия) в авиастроении / Под ред. Братухина А.Г. – М.: Изд-во МАИ, 2000.
63. Методология IDEF0. Стандарт. Русская версия. – М.: МетаТехнология, 1993.
64. Зиндер Е.З. Бизнес-реинжиниринг и технологии системного проектирования. Учебное пособие. – М.: Центр Информационных Технологий, 1996.
65. Калянов Г.Н. CASE. Структурный системный анализ (автоматизация и применение). – М.: "Лори", 1996.
66. Марка Д.А., МакГоуэн К. Методология структурного анализа и проектирования. – М.: "МетаТехнология", 1993.
67. Международные стандарты, поддерживающие жизненный цикл программных средств. – М.: МП "Экономика", 1996
68. Харман Г. Современный факторный анализ: Пер. с англ. – М.: Статистика, 1972.
69. Дубров А.М. Обработка статистических данных методом главных компонент. – М.: Статистика, 1978.
70. Дюран Б. Одел П. Кластерный анализ: Пер. с англ. – М.: Статистика, 1977.
71. Иберла К. Факторный анализ. – М.: Статистика, 1980.
72. Дубровский С.А. Прикладной многомерный статистический анализ. – М.: Финансы и статистика, 1982.
73. Рао С. Линейные статистические методы. – М.: Наука, 1988.
74. Афифи А., Эйзен С. Статистический анализ. – М.: Мир, 1982.
75. Кильдешев Г.К. Аболенцев Ю.И. Многомерные группировки. – М.: Статистика. 1978.
76. Ляпин Д. С. Компонентный анализ для выявления групп характеристик изделий машиностроительного производства // Проблемы автоматизации и управления в технических системах: Труды международной научно-

технической конференции / Под ред. М. А. Щербакова. – Пенза: ИИЦ ПГУ, 2004.— С. 172–176.

77. Ляпин Д. С. ИПИ-технологии и современные методы анализа данных — инструменты повышения качества наукоемких изделий // Материалы 6-й международной научно-практической конференции «Применение ИПИ(CALS)-технологий для повышения качества и конкурентоспособности наукоемкой продукции» (ИПИ–2004). – М.: Янус-К, 2004.— С. 104–114.
78. Ляпин Д. С. Анализ данных машиностроительного предприятия на основе ИПИ-технологий // Авиакосмические технологии (АКТ-2005): Труды 6-й международной научно-технической конференции. – Воронеж: ВГТУ, 2005.— Ч. 2.— С. 176-179.
79. Ляпин Д.С. Анализ интервальной технологической информации авиастроительного предприятия // Математическое моделирование и управление в сложных системах: Сб науч. тр. Вып. 8. / Под ред. А. П. Хныкина. – М.: МГАПИ, 2005. – С. 49–53.
80. Никифоров А.Д., Ковшов А.Н., Назаров Ю.Ф. Процессы управления объектами машиностоения: Учеб. Пособие для машиностроит. Спец. Вузов. – М.: Высшая школа, 2001.
81. Версан В.Г. Интеграция управления качеством продукции. Новые возможности. – М.: Издательство стандартов, 1983.
82. Гличев А.В. Управление качеством продукции. М.: Экономика, 1983.
83. Никифоров А.Д., Бойцов В.В. Инженерные методы обеспечения качества в машиностроении. – М.: Издательство стандартов, 1987.
84. Никифоров А.Д., Взаимозаменяемость, стандартизация, технические измерения. М.: Высшая школа, 2000.
85. Федоренко Г.И. Повышение конкурентоспособности технологических систем. – М.: Издательство стандартов, 1990.
86. Шайдуров В.В., Шарый С.П. Некоторые методы решения линейной задачи о допусках // Информационно-оперативный материал

(интервальный анализ). – Красноярск, 1989. – (Препринт ВЦ СО АН СССР; №9) –с. 38-41.

87. Шарый С.П. Линейные статические системы с интервальной неопределенностью: эффективные алгоритмы для решения задач управления и стабилизации. – Красноярск, 1994. – 13 с. – (Препринт /ВЦ СО РАН ; №7)
88. Шарый С.П. Новый подход к анализу статических систем с интервальной неопределенностью в данных // Вычислительные технологии. – 1997. – Т.2, №1. – С. 84-102.
89. Шарый С.П. Еще раз о внутреннем оценивании множеств решений интервальных линейных систем // Вычислительные технологии. – 2003. – Том 8, спец. Выпуск. – С. 146-160.
90. А.М. Епанешников, В.А. Епанишников.Delphi5. Язык Object Pascal. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ,2000г.
91. Р.Баас, М.Фервай. Delphi4. Полное руководство. – Киев: Издательская группа BHV, 1999 г.
92. Delphi. Советы программистов. – Санкт-Петербург: Символ,2003 г./ под редакцией В.Озерова.
93. Кент Рейсдорф. Delphi4. Освой самостоятельно./ перевод с английского под редакцией В.Тимофеева. – М.: Издательство Бином, 1999 г.
94. Бакнелл Джулиан М. Фундаментальные алгоритмы и структуры данных в Delphi: Пер. с англ./ Джулиан М. Бакнелл. – СПб: ООО “ДиаСофтЮП”, 2003.
95. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. MATLAB6.x.: программирование численных методов. – СПб.:БХВ-Петербург, 2004.
96. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. – СПб.:Питер, 2001.
97. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики: Учеб. пособие для студентов вузов/В.Е. Гмурман.- 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003.

98. Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Учебное пособие для вузов. – Ростов: Феникс, 2002 .

99. Дрейпер Н., Смит Т. Прикладной регрессионный анализ. – М.: Статистика, 1973.

100. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. – М.: Мир, 1980.

101. Боровков А.А. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1972.

102. Феллер В. Теория вероятностей и ее приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1964.

103. Ососвский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского И.Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика, 2002.

104. Назаров А.В., Лоскутков А.И. Нейросетевые алгоритмы прогнозирования и оптимизации систем. – СПб.: Наука и Техника , 2003.

105. Круглов В.В., Борисов В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. – 2 изд., стереотип. – М.: Горячая линия – Телеком, 2002.

106. Сигеру Омату. Нейрокомпьютеры и их применение / Пер. с англ . Н.В. Батина; под ред. А.И. Галушкина, В.А. Птичкина – М.: ИПРЖ, 2000.

107. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. MATLAB 6/ Под общ. ред. к.т.н В.Г. Потемкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002.

108. Сборник научных трудов. Методы нейроинформатики / Под. ред. А.Н. Горбаня; отв. за выпуск М.Г. Доррер. КГТУ, Красноярск, 1998.

109. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003.

110. Люгер Д.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем, 4-е издание. : Пер. с англ. – Издательский дом “Вильямс”, 2003.

111. Sirisaengtaksin O., Kreinovich V. Neural networks that are not sensitive to the imprecision of hardware neurons // Interval Computations №4. Proceeding of the International Conference of Numerical Analisis with Automatic Result Verification – 1993. – P. 100-113.

112. Cubenko G. Approximation by superposition of sigmoidal function. Mathematics of control, Signals and Systems 2 (1989), pp. 303-314.