7.2. Модели механизмов взаимодействия

Использование математических методов позволяет рассмотреть проблему связи различных географических явлений статистически с некоторых общих позиций и критериев. Такой подход выявляет функциональный порядок в строении и развитии территорий, но не раскрывает механизмов реальных процессов, которые заложены в абстрактной экономической модели $W(x)$. Так или иначе, при установлении потенциальной связности объектов приходится обращаться к моделированию взаимодействия их компонентов, а значит к решению задач идентификации коэффициентов модели и анализу их взаимозависимости. На основе параметризованных моделей появляется возможность решать многие аналитические задачи оптимизации управления и прогнозирования развития.

7.2.1. Проблемы формирования бюджетов районов. Сущность реформирования бюджетного процесса в Российской Федерации заключается в переключении этого процесса с управления бюджетными ресурсами (затратами) на управление результатами [Концепция …, 2006]. Одним из направлений реформирования бюджетного процесса в концепции является развитие и расширение сферы применения программно-целевых методов бюджетного планирования, которое подразумевает формирование "встроенных" в бюджетный процесс процедур оценки результативности бюджетных расходов. Результаты оцениваются комплексным критерием (функционалом), по которому появляется возможность судить об эффективности управления. Предлагаемые в концепции основные принципы и направления реформирования бюджетного процесса относятся к бюджетам всех уровней бюджетной системы Российской Федерации.

Для поиска решения подобных задач выбран уровень муниципального района, поскольку эффективное региональное управление областью, краем или республикой строится на понимании процессов, происходящих на нижележащем уровне, т.е. на уровне муниципалитетов, каждый из которых обладает присущими только ему характеристиками. Если поведение потребителя, фирмы, государства достаточно предсказуемы и теоретически подробно исследованы, то функционирование муниципального района нуждается в специальном изучении, выборе критериев его оптимального развития, изучения факторов определяющих и ограничивающих его.

Отечественный опыт показывает, что местное самоуправление являет собой сочетание местных, региональных и государственных интересов. Сегодня для местного самоуправления характерным становится преобладание интересов местного населения. Эти интересы выявляются, изучаются и учитываются при подготовке целевых программ развития территорий, формировании местного бюджета. Для развития системы местного самоуправления и обновления механизма управления муниципальным районом требуется использование новых, нетрадиционных методов. Разными авторами отмечается объективная необходимость создания новых подходов к целостному описанию и анализу процессов, происходящих в экономике [Гаврилов, 2002, Клоцвог, Костин, 2004]. Это достигается через привлечение в экономику методов математического моделирования. Процессы, поддающиеся количественному измерению, можно описать в виде моделей взаимодействия компонентов, введя условные обозначения для составляющих их факторов и результатов. Полученные модели можно использовать для научно обоснованного управления объектом анализа, прогнозирования, распределения ресурсов и т.д.

7.2.2. Моделирование механизмов взаимодействия. В экономической теории, особенно в той ее части, что занимается нелинейными процессами, широко распространены уравнения равновесных процессов. Например, влияние спроса и предложения на цену в рамках теории Вальраса описывается соотношением [Клоцвог, Костин, 2004]

$$\frac{dp}{dt} = H\left[D(p,\alpha) - S(p)\right], \tag{1}$$

где H (p) – параметр взаимодействия ($H(0)=0$, $H'_p > 0$); p – цена; α – параметр, учитывающий влияние внешних факторов; D и S – соответственно спрос и предложение. В этой системе взаимодействуют два объекта – производители и потребители, характеристикой (метрикой) состояния которых являются показатели D и S. Вблизи точки равновесного значения цены $p=p_0$ соотношение (1) линеаризуется

$$\frac{dp}{dt} = (D'_p - S'_p)(p - p_0), \quad H = 1. \tag{2}$$

Здесь D'_p, S'_p – значения производных D и S по p в точке равновесия, а $R=(p-p_0)$ – мера отклонения цены от ее равновесного значения. Устойчивость поведения системы (2) зависит от разности $(D_p - S_p)$: когда растет спрос, должна возрастать и цена.

Эта и другие модели экономики обычно имеют существенные нелинейности для объяснения наблюдаемых закономерностей. Они вводятся на основе эмпирического анализа данных из качественных (экспертных) соображений. В теоретическом анализе они должны выводиться из структуры модели взаимодействия в виде системы дифференциальных уравнений различного порядка.

Общая структура моделей механизмов взаимодействия представлена системой уравнений вида [Черкашин, 2005] (см. п. 3.6.3):

$$q_i R^{[i]} = F, \tag{3}$$

где F – линейная комбинация сил, отражающих структуру графа взаимодействия. Многие модели естественного взаимодействия (i=0) описываются алгебраическими соотношениями балансового типа. Работа динамических сил (i=1) передается дифференциальным уравнением первого порядка. Собственно экономические взаимодействия отражаются уравнениями второго порядка, а социальные – третьего. Величина R_i – степень отклонения состояния системы от равновесного. Показатель q_i – коэффициент пропорциональности, соответствующий заряду объекта. Итоговое решение зависит от того, как воздействия сбалансированы в правой части уравнения (3).

Поведение объекта описывается в понятиях теории механизмов регулирования как изменение отклонения состояния объекта в фазовом пространстве его характеристик от равновесного (цели, потребности по К. Левину [2000]). Все множество допустимых отклонений состояния системы от равновесного определяет слой пространства состояний (рис. 7.3). Все это пространство расслаивается в зависимости от того, к какому равновесному состоянию тяготеет объект. Разные объекты могут иметь одинаковые характеристики (соответствовать одной и той же точке фазового пространства), но относиться к разным слоям, если они тяготеют к различным целевым состояниям. Это означает, что слои состояний не пересекаются, но накладываются друг на друга. Поведение объекта определяется также тем, в какой подобласти взаимодействия он существует: объект может находиться только в одной подобласти. Идентификация коэффициентов моделей этих подобластей (слоев), которые в слое могут считаться постоянными, является важной частью анализа механизмов взаимодействия.

Один из простейших вариантов правой части уравнения (3) – линейная комбинация различных сил, определяемых степенью отклонения параметров системы от равновесного. Подобная методика хорошо себя показала при моделировании эколого-экономического развития Байкальского региона [Эколого-экономическая…, 1990].

Рабочее уравнение в таком случае принимает вид

$$\frac{d^i R_i}{dt^i} = \sum_{j=1}^{n} a_{ji} R_j - u_i, \tag{4}$$

где i – порядок производных (i=0,1,2,3); $a = \{a_{ji}\}$ – коэффициенты взаимодействия (влияние j-го компонента системы на i–й компонент). Переменная $u_i(t)$ – функция управления, отражающая внешние, включая организационные и природные, воздействия. От ее значения зависит равновесное состояние системы, например, при росте ресурсной базы или величины инвестиций.

Правая часть уравнения (4) представляет собой пучок плоскостей, упорядоченных относительно равновесных характеристик, т.е. система (4) представляет собой итог преобразования Лежандра неизвестной функции действия F из (3) при условии линейной связи коэффициентов a с результатом этого преобразования. Преобразование выполнено локально в области допустимых изменений характеристик системы (см. рис. 7.3). Это дает основание считать коэффициенты a относительно постоянными. Следовательно, вводя уравнение (4), принимается гипотеза о существовании гомологической связи между изменениями показателей и их текущими значениями R_j, параметры которой предстоит определить.

Специфика территории и объектов управления учитывается через коэффициенты a и начальные (стартовые) условия развития $R_{0i} = R_i(0)$. Все они должны входить в список параметров, оцениваемых через распознавание и типизацию местных условий и действующих групп интересов (компонентов).

7.2.3. Математическое моделирование наполнения бюджета местного самоуправления. Для сравнительного анализа данных по муниципальным районам используется класс математических моделей механизмов взаимодействия составляющих территориального развития [Черкашин, 2002], в которых в качестве индикаторов изменений на территории использовались изменения показателей бюджета, описанные линейными дифференциальными уравнениями (4) соответствующего порядка (от 0 до 3). Базовые уравнения проверялись на примере изменения структуры бюджетов Кабанского, Прибайкальского и Северо-Байкальского муниципальных районов Республики Бурятия за 1996-2002 г. – период, в определенном смысле переломный, охватывающий время до и после финансово-экономического кризиса 1998 г. в России. Для всех этих районов характерно то, что они включают акваторию оз. Байкал, относятся к центральной экологической и буферной зонам Байкальской природной территории, поэтому для их социально-экономического развития существенны экологические ограничения хозяйственной деятельности.

Кабанский район (13470 кв. км) находится на южном и юго-восточном побережье оз. Байкал. По состоянию на 01.01.2001 года население района составляет 67,8 тыс. человек (русские – 90,9%, буряты – 5,4%). Через район проходят основные транспортные артерии России: Транссибирская железнодорожная магистраль и автомобильная дорога федерального значения, связывающие Дальний Восток с центральными регионами России. Недалеко (113 км) от райцентра (с. Кабанск) расположена столица республики Бурятия (г. Улан-Удэ). Экономика Кабанского района [Программа.., 2001а] базируется на крупных промышленных предприятиях, доля которых в валовом выпуске продукции составляет 94%, и коллективных сельскохозяйственных производственных кооперативах (4%). Оставшаяся часть валового выпуска распределяется между отраслями транспорта и строительства (по 1%). Промышленность района представлена целлюлозно-бумажной отраслью (ОАО «Селенгинский ЦКК»), промышленностью строительных материалов (ОАО «Каменский цементный завод», ОАО «Тимлюйский завод АЦИ») и пищевой промышленностью. Доля двух первых отраслей в местном производстве составляет 97,8% (на 2000 г.).

Площадь Прибайкальского района [Программа.., 2001б] – 15472 кв.км, районный центр – с. Турунтаево (52 км от г. Улан-Удэ), население – 30,9 тыс. человек, проживающих в 38 населенных пунктах. По территории района проходит Восточно-Сибирская железная дорога, две автотрассы федерального значения Улан-Удэ – Иркутск и автотрасса республиканского значения Улан-Удэ – Курумкан. Имеются лечебные источники, курортные места в границах рабочего поселка Ильинка, с. Горячинск, побережья оз. Котокель. Основные отрасли экономики района: лесоперерабатывающая (ОАО «БЛК», «Вектор», ООО «Заречное», ЛВРЗ), минерально-сырьевая (рудник «Черемшанский», ЗАО «Кремний», АО «Иркутская горная компания», артель «Арго-Зумбурук»), строительных материалов (АО «Таловкий завод железобетонных конструкций», МУП «Татауровский завод строительных материалов»), сельское хозяйство.

Территория Северо-Байкальского района расположена на севере оз. Байкал [Программа, 2001в]. Его площадь – 53990 кв. км, из них 2476 кв. км оленьих и конских пастбищ, 150,6 кв. км – сельхозугодий. В 12 населенных пунктах района (4 поселка и 8 сельских поселений) проживает 19,3 тыс. человек, в том числе 811 эвенков. Практически все население сконцентрировано в узкой полосе северо-западного побережья Байкала и долин рек Верхняя Ангара и Кичера. В пределах района находится г. Северобайкальск (население 26,7 тыс. чел.). Транспортное сообщение с соседними районами осуществляется железнодорожным (БАМ), водным, воздушным и автомобильным транспортом. Главной отраслью экономики района является строительство. Значительная часть населения притрассовых поселков работает в подразделениях ВСЖД. Из отраслей промышленности развиваются отрасли золотодобывающая (ООО а/с «Сининда» и ООО «Байкало-Муйское ГГП»), лесозаготовительная (ЧП «Сметанин А.В.»), пищевая (АО «Нижнеангарский рыбозавод», колхоз «Победа»), строительных материалов (КПП треста «Нижнеангарсктрансстрой»). Местное население традиционно занимается охотой и рыбной ловлей. На территории района расположен Баргузинский государственный биосферный заповедник (площадь 359,3 тыс. га), заказники «Фролихинский» (109,2 тыс. га) федерального значения и Верхне-Ангарский (24,5 тыс. га) республиканского значения.

Выделены четыре индикатора взаимодействия: налоги на имущество, на доходы физических лиц, на прибыль и неналоговые поступления, которые приближенно характеризуют 0) ресурсный потенциал района, 1) уровень жизни населения, 2) производственную деятельность, 3) общественную и деловую активность (цифры – порядок показателя) (см. табл.7.2, рис.7.4).

Прослеживается общая тенденция спада и подъема экономики (рис. 7.5), связанных с кризисом 1998 г., хотя кривые социально-экономического поведения различны, различаются по фазам и значениям контролируемых характеристик (рис. 7.6).

Зависимость производных различного порядка от текущих значений факторов наполнения бюджета находится в классе линейных зависимостей (4). Используя данные типа информации, приведенной в табл. 7.2, численные и статистические методы анализа, приближенно определяются значения коэффициентов этих зависимостей (табл. 7.3), например, для Прибайкальского района:

$$
\begin{aligned}
&f = 8{,}359 + 0{,}494x + 0{,}304y + 0f - 0{,}411z, \ r{=}0{,}643,\\
&\frac{dy}{dt} = 3{,}859 + 0{,}818x - 0{,}773y + 0{,}729z + 0{,}616f, \ r{=}0{,}927,\\
&\frac{d^2x}{dt^2} = -20{,}292 + 0{,}842x + 0{,}353y - 0{,}223z + 0{,}503f, \ r{=}0{,}999,\\
&\frac{d^3z}{dt^3} = 6{,}606 + 1{,}572x - 0{,}336y - 4{,}667z + 0{,}077f, \ r{=}0{,}999.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Каждый показатель *f*, *x*, *y*, *z* (обозначения см. табл. 7.2) имеет свой дифференциальный порядок зависимости (от 0 до 3), соответствующий порядковому номеру *n* показателя. Свободный член (*C*=8,359, *C*=3,859 и т.д.), как аналог преобразования Лежандра, линейно детерминируется положением точки равновесия системы $(f = f_0, x = x_0, y = y_0, z = z_0)$ и значения коэффициентов и определяет первичный потенциал социально-экономического развития района (при $f = y = x = z = 0$). Как видно из (5), для Прибайкальского района он везде положительный за исключением экономической составляющей *x*. В других районах иное соотношение этих значений, что отражает качественную специфику их бюджетного поведения.

7.2.4. Количественный анализ регулирования бюджетной системы. Для понижения размерности системы уравнений (5) величина *f*(*t*) выражается через остальные переменные (по первому равенству из (5)). Тогда:

$$
\begin{aligned}
&y'(t) = 9{,}008 + 1{,}122x(t) - 0{,}586y(t) + 0{,}476z(t),\\
&x''(t) = -16{,}078 + 1{,}090x(t) + 0{,}506y(t) - 0{,}430z(t),\\
&z'''(t) = -25{,}99 - 0{,}305x(t) + 0{,}738y(t) + 1{,}033z(t).
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Качественное поведение этой системы зависит от знака значений шести корней характеристического уравнения для (6) и существенно определяется знаком и величиной коэффициента при главных переменных уравнений, например, для первого – от коэффициента -0,586 при y, второго – +1,090 при x, третьего – +1,033 при z. Например, для первого уравнения отрицательный знак при y указывает на стабильность доходов физических лиц, на стремление их к равновесному значению доходов. Положительное значение этого показателя показывало бы устойчивый рост этой величины, как в Северо-Байкальском районе.

Положительный знак главной переменной при x во втором уравнения указывает на тенденцию экономического роста, отрицательный – на колебательные изменения вокруг равновесия. В первом случае наблюдается начальный спад производства с последующим ростом прибыли (см. рис. 7.4) (районы I, III – нумерация см. табл. 7.3). В третьем уравнении положительный знак при z означает, что общественная система района по спирали стремится к равновесному состоянию (I, II). При отрицательном – аналогичным образом удаляется от равновесия в режиме колебательного (возбужденного) развития (III).

Если правые части уравнений (6) равны 0, система находится в состоянии равновесия, индивидуальном для бюджета каждого района (см. табл. 7.3). Заметно выделяется по величине равновесная доля поступления в бюджет от налогов на доходы физических лиц. Равновесное состояние для доли поступлений от налогов на прибыль всего 3-7%. В Северо-Байкальском районе точка равновесия по переменной z находится в отрицательных значениях, т.е. общественная и деловая активность была на очень низком уровне. Но в современных условиях идет общий подъем, периодическое раскручивание ситуации, что определяет крайне неустойчивый тип поведения социальной системы с возможностью самых разных исходов.

Сходство и различие поведения бюджетных систем разных районов зависит от значений коэффициентов взаимодействия, т.е. коэффициентов, стоящих в наборе уравнений вида (5) в правой части при разных переменных и приведенных в табл. 7.3. Запишем эти уравнения в общем виде

$$R_{np}^{[n]} = A_{xn}^{p} x + A_{yn}^{p} y + A_{zn}^{p} z + A_{fn}^{p} f \,, \tag{7}$$

где $R_{np}{}^{[n]}$ – производная дифференциального уравнения n-го порядка переменной n-го типа (R_0=f, R_1=y, R_2=x, R_3=z, n=0,1,2,3); A_{Rn}^{p} – коэффициент дифференциального уравнения n-го порядка при переменной R для n-го типа для взаимодействия в структуре p-го района. Обратим внимание на жесткую связь типа переменной n и дифференциального порядка уравнения, а следовательно, и типа поведения соответствующего блока моделируемой системы.

В качестве рабочей гипотезы предполагается наличие линейной связи между коэффициентами разных уравнений n, переменных R и районов p. Например, коэффициенты при *x* разных уравнений и районов связаны с коэффициентами при *f*, *y*, *x*, *z* линейными соотношениями (рис. 7.7 по данным табл. 7.3):

$$\begin{aligned} A^p_{yn} &= -0{,}65A^p_{xn} + 0{,}25,\ r = -0.93; \\ A^p_{zn} &= -0{,}41A^p_{xn} + 0{,}17,\ r = -0.88; \\ A^p_{fn} &= 1{,}66A^p_{xn} + 0{,}11,\ r = 0.91 \end{aligned} \qquad (8)$$

Коэффициенты этих соотношений вида $A^p_{Rn} = a_R A^p_{xn} + b_R$ также коррелированны $b_R = -0{,}047a_R + 0{,}186,\ r = -0{,}86$. Это означает, что линейные зависимости (8) образуют пучок линий, конгруэнцию $A^p_{Rn} - 0.186 = a_R(A^p_{xn} - 0{,}047)$ с центром $(0{,}047,\ 0{,}186)$.

Конгруэнтные закономерности выражаются в возможности переноса информации о значениях одних коэффициентов на значения других. В частности, поворотом линий (рис. 7.7) вокруг узла $(0{,}047,\ 0{,}186)$ достигается перевод зависимости коэффициентов при *z* от коэффициентов при *x* в зависимость коэффициентов при *y* от коэффициентов при *x*. Кроме того, появляется возможность получить из (8) зависимость коэффициентов при *z* и *y*.

Наличие пучка линий (8) связи коэффициентов определяет дополнительные свойства поведения системы взаимодействия. Понятно, что в том случае, если центр конгруэнции приходится на начало координат (0,0), то коэффициенты уравнений будут пропорциональны и определитель коэффициентов правой части уравнений (5) равен 0, т.е. равновесное состояние не будет однозначно определяться, а возможно множество близких состояний равновесия. В общем случае линейной зависимости (8) такой исход будет только при нечетном числе взаимодействующих переменных. Отсюда следует, что при наличии конгруэнтной связи коэффициентов однозначность существования равновесного состояния проявляется только при четном числе взаимодействующих блоков.

Уравнения взаимосвязей (8) слабо зависят от районной специфики, которая в итоге прослеживается только в значениях коэффициентов при *x*. Удается определить межрайонные связи этих коэффициентов:

$$A^1_{xn} = 0{,}12A^3_{xn} + 0{,}56,\ r = 0.83;\ A^2_{xn} = -1{,}37A^3_{xn} + 1{,}69,\ r = -0.83\,. \qquad (9)$$

(Согласно нумерации табл. 7.3, обозначение районов: 1 – Прибайкальский, 2 – Кабанский, 3 – Северо-Байкальский).

Точка пересечения (узел конгруэнции) линий (9) имеет координаты (0,76; 0,65). Таким образом, возможно, имеет место функциональная связь $A^p_{xn} - 0{,}65 = K_p(A^3_{xn} - 0{,}75)$, где коэффициент K_r отражает относительную специфику района. Переход от набора коэффициентов одного района к коэффициентам другого района осуществляется поворотом линии связи вида (9) на определенный угол. Иными словами, параметры взаимодействия элементов бюджетной сферы одного района являются вариацией параметров другого района. Выбор района в качестве базового при вариации является условным, т.е. все районы в этом отношении равноправны и эквивалентны в смысле возможности формального перехода от параметров (коэффициентов) одного района к другому.

Иной подход сравнения коэффициентов при x основан на выборе в качестве базового одного из этих коэффициентов, характеризующих разные районы. Удобно в качестве такового принять A_{x2}^{p}. Тогда имеют место линейные связи:

$$
\begin{aligned}
&A_{x0}^{p} = -0{,}12A_{x2}^{p} + 0{,}31,\ r = -0.73;\ A_{x1}^{p} = -0{,}45A_{x2}^{p} + 0{,}26,\ r = -0.77;\\
&A_{x3}^{p} = -3{,}87A_{x2}^{p} + 7{,}29,\ r = -0.91.
\end{aligned} \tag{10}
$$

Эти связи удовлетворяют конгруэнции $A_{xn}^{p} + 0{,}25 = G_n(A_{x2}^{p} - 1.94)$. Коэффициент G_n не зависит от районной специфики и определяется только типом уравнения (номером переменной взаимодействия n). Поворот линии (изменение G_n) позволяет перейти от коэффициентов при x одной группы уравнений n к другой. Поскольку от этих коэффициентов зависят и другие коэффициенты уравнений типа (5), то районные коэффициенты A_{x2}^{p} должны идентифицировать все множество коэффициентов модели взаимодействия.

Если A_{x2}^{p} упорядочить по убыванию значения с ростом порядкового номера N (N=1,2,3), то зависимость A_{x2}^{p} (N) будет линейной

$$
A_{x2}^{p} = -2{,}22N + 5{,}75,\ r = 0{,}98. \tag{11}
$$

Значение A_{x2}^{p}=0 достигается при N_0= 2,59. Для того чтобы эта величина была близка к целому, выбранные числа N требуется умножить на два (N =2,4,6), тогда $A_{x2}^{p} = -1{,}11N + 5{,}75$ и $N_0\approx 5$. Поэтому условно можно выделить семь уровней состояния бюджетной сферы N=0,…6. Значением N определяется коэффициент A_{x2}^{p}, а, следовательно, характер поведения социально-экономической системы. Поскольку шансы устойчивого развития возрастают при A_{x2}^{p}>0, то значения N<5 соответствую этой тенденции. Варьируя значение N, получаем возможность менять коэффициент A_{x2}^{p}, а значит, – характеристики процессов в территориальной системе.

В случае логарифмического масштаба изменения N связи получаются более точные $A_{x2}^{p} = -4{,}06\ln N + 6{,}55,\ r = 0{,}999$ (N =2,4,6). Значение A_{x2}^{p}=0 достигается при N_0=5. В этом варианте имеется явное ограничение кода снизу $N = 1 > 0$. При этом получается наивысшее значение A^{p}_{x2}=6,55. Предположительно им соответствуют городские территории.

Проведенный количественный анализ данных по изменению соотношения долей дохода районного бюджета из различных источников показывает, что в линейном приближении все коэффициенты модели взаимодействия связаны между собой и могут быть замкнуты на параметр A^{p}_{x2}. Различаются внутренние и внешние разновидности связи различного уровня (параметрическом, формульном, районном). Различаются межпараметрические внутриформульные зависимости вида (8), межформульные внутрирайонные (10), межрайонные (9).

Схема связи коэффициентов представлена на рис. 7.8. В качестве базового параметра для примера выбран коэффициент A^{3}_{x2}, обозначенный *Ax*2III – коэффициент при переменной *x* дифференциального уравнения второго порядка в модели для Северо-Байкальского района (III). Этот районный коэффициент выделяется кодом *N*=2 на основе общего представления о его свойствах *Ax*2. Аналогично задаются коэффициенты для других районов (I и II) при других значениях *N.*

Вариация коэффициента *Ax*2III по формулам (10) позволяет получить коэффициенты при *x* в уравнениях другого порядка (*Ax*0III и т.д.), на основе которых рассчитываются значения коэффициентов при всех остальных переменных (*Ax*0III и т.д.). Свободные члены уравнений C_n (*C*0III и др.) являются линейным синтезом этих коэффициентов.

Таким образом, появляется возможность вывести все коэффициенты из одного, т.е. достаточно единственного базового коэффициента, чтобы идентифицировать все уравнения модели района. Этот коэффициент сам идентифицирует район при его сравнении с другими районами, что отображается в специальной кодировке *N*. Происходит своеобразное разворачивание информации об объекте исследования на основе знаний о свойствах его базовой части. Существование базового коэффициента позволяет утверждать, что все исследуемые социально-экономические системы гомотопически эквивалентны, т.е. через замену всего лишь одного параметра можно перейти от описания одного района к модели другого: существует однозначное отображение района в район. Характер выявленных конгруэнтных связей позволяет утверждать, что в принципе любой коэффициент может быть положен в основу развертывания информации, для чего достаточно изменить направление стрелок на рис. 7.8. Однако лучше, если базовым становится экономический параметр в «экономическом» уравнении (*n*=2).

7.2.5. Оптимальные режимы административного управления. При сравнении экономических возможностей отдельных районов вышестоящие структуры управления регионального и федерального уровня в основном базируются на текущих характеристиках наполнения и расходования бюджета, в лучшем случае опираясь на показатели последних лет и индексы изменения характеристик. При разработке планов финансирования не учитывается взаимное влияние местных сфер жизни, их взаимозависимость и сопряженность. Подобное взаимовлияние влечет за собой неожиданные изменения, причем свои в каждом районе, и эти изменения не столько зависят от качества местного управления, сколько от скрытых процессов, объективно свойственных территории. Отсюда возникает ощущение непредсказуемости поведения социально-экономической системы и неэффективности управленческих решений.

В связи с этим возникает необходимость на основе разработанных моделей поставить и решить задачу оптимального управления бюджетной системой для оценки эффективности финансовой поддержки различных сфер деятельности населения. С этой целью в правую часть системы уравнений (5) аддитивно вводятся переменные управления: u_f – дополнительный ресурсный потенциал; u_y – рост доходов населения (гранты и дотации, увеличение заработной платы, снижение безработицы); u_x – рост инвестиций; u_z – ускорение роста общественной активности (повышение степени информированности сообщества, ускоренное социальное развитие, рост самосознания и деловой активности). Всякое постоянное управленческое воздействие смещает состояние равновесия в ту или иную сторону. В такой постановке задача оптимального управления удобно решается в терминах теории, основанной на принципе максимума Понтрягина [1976].

После несложных преобразований [Черкашин, 2005] уравнение (6) с учетом управления приводится к следующему виду:

$$\begin{aligned}
&\dot{y}(t) = 9{,}008 + 1{,}122x(t) - 0{,}586y(t) + 0{,}476z(t) + u_y + 0{,}616u_f \\
&\dot{x} = x_1(t), \\
&\dot{x}_1(t) = -16{,}078 + 1{,}090x(t) + 0{,}506y(t) - 0{,}430z(t) + u_x + 0{,}503u_f, \\
&\dot{z} = z_1(t), \\
&\dot{z}_1 = z_{2,}(t), \\
&\dot{z}_2 = -25{,}99 - 0{,}305x(t) + 0{,}738y(t) + 1{,}033z(t) + u_z + 0{,}207u_f.
\end{aligned} \tag{12}$$

На все управления вводятся ограничения сверху и снизу: $u_0 \le u \le u_m$. В качестве функционального критерия оптимальности управления потребуем максимизацию суммы долей поступления средств в бюджет за период времени T:

$$J = \int_0^T (a_x x(t) + a_y y(t) + a_z z(t))dt \to \max, \tag{13}$$

где a – коэффициенты значимости того или иного источника дохода.

Решение оптимизационной задачи в постановке (12)-(13) начинается с формирования функции Гамильтона:

$$H = -(a_x x + a_y y + a_z z) + \varphi_1(9{,}008 + 1{,}122x(t) - 0{,}586y(t) + 0{,}476z(t) + u_y + 0{,}616u_f) + \varphi_2 x_1 +$$
$$\varphi_3(-16{,}078 + 1{,}090x(t) + 0{,}506y(t) - 0{,}430z(t) + u_x + 0{,}503u_f) + \varphi_4 z_1 + \varphi_5 z_2 +$$
$$\varphi_6(-25{,}99 - 0{,}305x(t) + 0{,}738y(t) + 1{,}033z(t) + u_z + 0{,}207u_f), \qquad (14)$$

представленной суммой подынтегрального выражения (13) и произведений вспомогательных переменных φ_i и соответствующих правых частей уравнений системы (12). Скорость изменения φ_i находится из уравнения типа $\varphi_1'(t) = -\dfrac{\partial H}{\partial y}$, что в итоге приводит к системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
\varphi_1' &= a_y + 0{,}586\varphi_1 - 0{,}506\varphi_3 - 0{,}738\varphi_6,\\
\varphi_3'' &= -a_x + 1{,}122\varphi_1 + 1{,}090\varphi_3 - 0{,}305\varphi_6,\\
\varphi_6''' &= a_z - 0{,}476\varphi_1 + 0{,}430\varphi_3 - 1{,}033\varphi_6.
\end{aligned} \qquad (15)$$

Согласно (14) от значений φ_i зависит, на каком уровне воздействия (u_0, u_m) должно осуществлять управление по каждому направлению: если $\varphi_i > 0$, то $u = u_m$; если $\varphi_i < 0$, то $u = u_0$. При $\varphi_i = 0$ возникает неопределенность решения, требующая специального рассмотрения. Поэтому справедливо считать, чем больше φ_i отличается от 0, тем определеннее решение и эффективней финансирование, особенно если речь идет о максимальном значении воздействия $u = u_m$ (при $\varphi_i > 0$). Следовательно, переменная φ_i может быть использована как показатель эффективности использования любых вложений при сравнении экономики районов. Общая эффективность равна сумме частных эффективностей φ_i.

Переменная $\varphi_i(t)$ находится как решение уравнения (15), является функцией времени и на разных временных интервалах может принимать либо положительные, либо отрицательные значения, поэтому управленческие решения выражаются в переключении с минимального управления на максимальное и обратно, т.е. необходимо всегда действовать по ситуации. Потенциальную эффективность экономики районов можно оценить, если рассмотреть ее поведение в окрестностях точки равновесия, когда левые части уравнений из системы (15) равны 0.

В табл. 7.4 представлены различные варианты приоритетов и соответствующих равновесных значений вспомогательных переменных. Вариант 1 – базовый, при котором равнозначна ценность поступления средств по всем учитываемым бюджетным источникам. Вариант 2 ставит приоритетом рост доходов населения a_y=1, увеличение качества жизни. Вариант 3 нацелен только на рост промышленного производства a_x=1. Вариант 4 – с приоритетом социально-ориентированного развития a_z=1.

В Кабанском районе вариант 1 указывает на необходимость минимизации дополнительных выплат населению (φ_1 =-1,526<0), но повышение до максимального уровня возможных инвестиций в производство (φ_3 =2,476>0) и социальную сферу (φ_6 =0,256>0). Варианты 2 и 3 понижают эффективность этих предложений, вариант 4 с ориентацией на социальную и деловую активность соответствует росту вложений по всем направлениям. По показателю общей эффективности наилучшим является четвертый вариант.

Население Прибайкальского и особенно Северо-Байкальского района нуждаются в материальной поддержке, в этих районах также имеются благоприятные условия для роста инвестиций. В Северо-Байкальском районе возможны проблемы с социальной активностью населения, связанные с рассмотренной выше особенностью поведения этой сферы. Ориентация здесь на поддержку предпринимательства (вариант 4) даст наилучший суммарный эффект. В Прибайкальском районе сбалансированное по всем направлениям управление (вариант 1) наиболее благоприятно для социально-экономического развития.

Качество управления по различным вариантам функциональной оценки зависит от соотношения коэффициентов уравнений (5)-(6), или в силу их линейной зависимости от коэффициентов A^p_{x2}. В частности, имеет место линейная связь $\varphi^p_3 = 0{,}097A^p_{x2} + 0{,}326,\ r = 0{,}96$.

Итак, понятно, что достоверность используемых исходных данных, условность их содержательной интерпретации, ошибки численных методов позволяют только наметить общие закономерности поведения социально-экономической системы муниципальных районов, отраженных в процессе наполнения их бюджета. Обоснованность выводов повышается, если проявляются функциональные связи скрытых параметров динамики – коэффициентов взаимодействия. Межрайонные, межформульные и межпараметрические корреляции подтверждают подобие процессов и территориальных систем, сравнение которых приводит к выводу о существовании единственного районного коэффициента, через который появляется возможность рассчитать все остальные. Вследствие этого процедура сравнения выражается не столько в поиске различий территориальных образований, которые всегда существуют, сколько в обосновании сходства особого качества: все муниципальные системы – это одно и то же с точностью до базового коэффициента взаимодействия.

Если такой подход, предполагающий дифференциальный анализ данных по предлагаемой модели, является обоснованным, то все районы становятся особого рода пространственной вариацией друг друга, в чем выражается глубокая гомологическая сущность сравнения структур и функций и в связи с чем открываются новые возможности для оценки параметров математических моделей анализа их поведения во времени.

Важно то, что никаких дополнительных экономических гипотез при построении моделей не использовалось. Применялась только статистическая обработка данных под общую гипотезу, что разные сферы поведения территориального сообщества описываются системой дифференциальных уравнений разного порядка. Эти гипотезы статистически подтвердились, и полученная система уравнений, вследствие этого, оказалась адекватной исследуемой ситуации.

Использование математических методов оптимизации позволяет типизировать районы по особенностям бюджетного поведения в окрестностях равновесного состояния при оптимальном режиме управления, т.е. дает возможность показать, какие управленческие воздействия благоприятны или вредны для районов. Данный класс математических моделей при их соответствующей разработке может стать эффективным инструментом оценки состояния, перспектив развития и оптимального управления формирования доходной частью бюджета муниципальных районов.

7.3. Проективная гомотопия моделей

Гомотопия моделей, предполагаемая теорией комплексов, формируется через связи коэффициентов моделей, которые могут быть достаточно разветвленными. Теоретически должны существовать закономерности перевода набора коэффициентов одной модели в коэффициенты другой, которые выявляются в разных областях науки, в том числе с использованием идей проективной геометрии.

7.3.1. Модели, методы и идентификация. В данном случае объектом исследования являются горно-таежные леса хр. Хамар-Дабан (Прибайкалье, Слюдянский район Иркутской области). Изучена динамика лесов разных бонитетов трех групп типов леса: разнотравные леса (III бонитет), бруснично-зеленомошные леса (IV), багульниковые леса (IV).

Моделируется взаимодействие запасов R_i различных групп (мелколиственных i =1, светлохвойных i =2 и темнохвойных i =3) пород в процессе восстановительной сукцессии (смены пород). Конкурентное взаимовлияние описывается сложными дифференциальными связями $\frac{dR_i}{dt} = F_i(R_1, R_2, R_3)$, в которых функция влияния

$F_i(R_1, R_2, R_3)$ аппроксимируется постадийно билинейными уравнениями [Мясникова, Черкашин, 2003, 2003а, 2004] (см. п.3.6.3):

$$\frac{dX_1}{dt} = a_{11}X_1 + a_{21}X_2 + a_{31}X_3,$$
$$\frac{dX_2}{dt} = a_{12}X_1 + a_{22}X_2 + a_{32}X_3, \quad (1)$$
$$\frac{dX_3}{dt} = a_{13}X_1 + a_{23}X_2 + a_{33}X_3,$$

где $X_i = R_i - R_{0i}$ – отклонения запасов R_i лесонасаждений i-й группы пород от равновесного значения R_{0i} (м^3/га); a_{ij} – коэффициенты влияния j-й группы на i-ю группу пород.

Как и в случае с системой уравнений (4) (п. 7.2.2) здесь реализуется гипотеза связи гомологических рядов данных и их изменений. Правая часть уравнения (1) – это пучок плоскостей, упорядоченных относительно равновесных характеристик.

Идентификация модели (1) проводится по группам типов леса разных бонитетов [Геоинформационная…, 2002]. На рис. 7.9 показана схема идентификации модели (1) по данным, содержащимся в ГИС Слюдянского района.

Из базы данных ГИС Слюдянского лесхоза извлекалась информация о классе возраста главной лесообразующей породы, породном составе лесонасаждений, общем запасе и площади выдела, типе леса. Определялись запасы трех взаимодействующих элементов леса R_i. В результате взаимодействия на вырубках и гарях формируются восстановительно-возрастные сукцессии из трех стадий смены пород: с преобладанием лиственных, светлохвойных и темнохвойных элементов. «Сукцессионный возраст» t лесов складывается из предельного возраста прошедших стадий и наблюдаемого возраста τ лесонасаждения. В базах повыдельной лесоустроительной информации содержатся многочисленные данные таксации биогеоценозов в разных природных ситуациях. Их можно упорядочить по времени t (рис. 7.10) и оценить изменение запаса по группам пород.

Каждому t соответствует наибольший запас $R_{mi}(t)$ из множества возможных реализаций $R_i(t)$ поведения однотипных экосистем в разных местоположениях. Сглаженная кривая $R_{mi}(t)$ рассматривается как огибающая множества всех возможных траекторий $R_i(t)$. Известно [Эльсгольц, 1969], что уравнение огибающей $R_{mi}(t)$ является решением исходного уравнения (1) с соответствующими параметрами a_{ji}. В конкретном случае огибающая (кривая максимумов запасов) соответствует динамике эталонного древостоя. На основе этих эталонных данных методами множественной регрессии рассчитывались значения изменения запасов по породам за единицу времени (год), а затем определялись коэффициенты a_{ji} системы уравнений (1) для каждой стадии восстановительной сукцессии. Стадии выделялись по периодам времени, в границах которых сохраняется высокая множественная линейная корреляция для каждого уравнения (1). Остальные наблюдаемые значения (рис. 7.10.) рассматриваются как вариации поведения эталонной системы в тех же условиях. Инвариантом являются значения трех характеристических корней системы уравнений (1), индивидуальных по стадиям, бонитетам и группам типов леса.

Характеристические корни (собственные значения) системы уравнений (1) в общем случае являются комплексными величинами вида

$$\lambda_k = x_k + y_k i, i = \sqrt{-1}, k = 1,2,3 \quad . \tag{2}$$

Эти корни отражают состав независимых функций канонической системы

$$\frac{dZ_1}{dt} = \lambda_1 Z_1, \frac{dZ_2}{dt} = \lambda_2 Z_2, \frac{dZ_3}{dt} = \lambda_3 Z_3, \tag{3}$$

где $Z_1(t) = \exp(x_1 t), Z_2(t) = \exp(x_2 t)\sin(y_2 t), Z_3(t) = \exp(x_2 t)\cos(y_2 t)$ $(x_2 = x_3, y_2 = -y_3)$ – собственные функции (частные решения) системы (1), определяющие особенности ее поведения:

$$X_i(t) = C_1 \beta_{1i} Z_1(t) + C_2 \beta_{2i} Z_2(t) + C_3 \beta_{2i} Z_3(t) \ , \tag{4}$$

где C_k – произвольные константы, $\beta_{11} = \beta_{21} = \beta_{31} = 1$. Коэффициенты β_{ki} зависят от набора значений $\lambda = \{\lambda_k\}, a = \{a_{ij}\}$, поэтому индивидуальность решения (4) детерминируется только начальными условиями $X_i(t_0) = X_{0i}$, соответствующими данным ГИС (рис. 7.10) и определяющими конкретную траекторию поведения экосистемы. Так, по данным наблюдений, однозначно определяются варианты поведения системы (1) в конкретной среде с сохранением коэффициентов взаимодействия a, собственных функций $Z_k(t)$ и соответствующих им значений λ_k. Это дает возможность с использованием системы уравнений (1) прогнозировать разные варианты динамики горно-таежных экосистем Прибайкалья (рис. 7.11).

Множество уравнений (3) – это мультимодель функционального пространства представления всех ситуации в рамках группы типов леса по стадиям, а уравнение (4) – своеобразная полимодель конкретной географической ситуации (см. п. 2.4).

В соотношениях (3)-(4) интересно то, что любой гомологический ряд данных $X_i(t)$ в итоге разложим на независимые гомологические ряды, соответствующие собственным функциям уравнений механизмов регулирования. Те аналоговые связи, что наблюдаются между параллельными гомологическими рядами и фиксируются в таких уравнениях, обусловлены этими функциями. Для самих собственных функций аналогий нет, поскольку они линейно независимы, но определяются собственными значениями (2), которые зависят от особенностей групп типов леса и стадий восстановительной сукцессии.

Такое положение естественным образом интерпретируется в геосистемных терминах, если под функциями $Z_k(t)$ понимать геомеры со свойственным им природным режимом, развертывающиеся в пространстве и времени переменными состояниями (гомологическими рядами), а под $X_i(t)$ – геохоры, сочетающиеся из геомеров с соответствующими местоположению и моменту времени весовыми коэффициентами в уравнении (4). Похожая схема подробно рассмотрена в п. 1.2.1.

Возникает вопрос о возможности представить любую систему аналогово-связанных гомологических рядов как систему базовых независимых последовательностей (собственных рядов). Положительный ответ на частном примере сформулирован в уравнениях (3)-(4): собственные функции образуют гомологические ряды, увязанные в общие решения уравнений по ситуации. Необходим также поиск правил преобразования собственных значений, а следовательно, собственных функций, переводящих один независимый ряд в другой.

7.3.2. Варьирование собственных значений. Переход от стадии к стадии, к другим типам леса и бонитетам приводит к изменению кода $\lambda = \{\lambda_k\}$ поведения системы. Изображение λ_k на комплексной плоскости (x_k, y_k) для разных стадий в виде треугольников (k =1,2,3) позволяет проследить эволюцию собственных значений λ (рис. 7.12.). Одно действительное значение лежит только на оси x_k. Два комплексно сопряженных значения корней расположены симметрично относительно оси x_k. Каждый треугольник выделяется положением корня на оси x_k, которое соответствует главной вершине треугольника.

Линии, соединяющие вершины треугольников, пересекаются в одной точке A, находящейся на линии оси x_k. Стороны треугольников пересекаются также по этой оси. Эти свойства удовлетворяют требованиям теорем Дезарга проективной геометрии [Ефимов, 2003], что говорит о проективной эквивалентности треугольников собственных значений. Значения корней лежат на линии АВ, и действительные и мнимые значения корней оказываются коррелированны так, что по действительной координате можно восстановить мнимую. Связь действительного корня с действительной частью комплексного корня нелинейная, обратная и аппроксимируется уравнением

$$x_2 - 0.02 = 0,00158(x_1 - 0.035)^{-0,88}.$$

Эта формула общая для всех групп типов леса и стадий. Она позволяет утверждать, что с учетом проективного подобия значение действительного корня несет информацию обо всех характеристических корнях данной стадии развития леса. Проективные закономерности сохраняются и при сравнении «треугольников корней» разных групп типов в пределах одной стадии (рис. 7.13).

Знание характеристических корней и начальных условий согласно (4) позволяет восстановить поведение конкретной природной системы. Продифференцировав (4) по t, получим:

$$\frac{dX_i}{dt} = C_1\beta_{1i}\lambda_1 Z_1(t) + C_2\beta_{2i}\lambda_2 Z_2(t) + C_3\beta_{2i}\lambda_3 Z_3(t)\,. \tag{5}$$

Система уравнений (4) разрешима относительно $C_i Z_i(t) = b_{1i}X_1(t) + b_{2i}X_2(t) + b_{3i}X_3(t)$, где b_{ji} определяется значениями β_{ji}. Подставив это выражение в (5), находим a_{ji} как линейную комбинация коэффициентов $b_{ji}, \beta_{ji}, \lambda_i$.

Полученные выводы позволяют утверждать, что треугольники характеристических корней преобразуются друг в друга по принципам проективной геометрии, когда ось перспективы совпадает с осью абсцисс, а центр перспективы – с вершиной одного из треугольников. Свойства характеристических корней системы в пределах стадии развития детерминированы значением действительного корня для системы взаимодействия (1). Это еще одно подтверждение существования гомотопических индексов, определяющих все коэффициенты моделей, а также наличия правил преобразования собственных функций (рядов) друг в друга.

Таблица 7.2.

Структура доходов бюджета Прибайкальского района

Годы	Время	Доходы бюджета, тыс.руб.	Собственные доходы, тыс. руб.	Налоговые доходы, тыс. руб.	Налог на прибыль, %[1]	Налог на доходы физ. лиц, %	Налог на имущество, %	Неналоговые поступления, %	Расходы тыс. руб.
	t		q	n	x	y	f	z	q_1
1996	1	31797	13232	**12474**	13,46	23,82	**25,06**	5,73	**31805**
1997	2	39586	13783	13750	1,21	39,62	20,94	0,24	**38102**
1998	3	27766	7137	7111	-0,27	31,51	20,53	0,36	**27685**
1999	4	52490	13111	13035	3,44	17,82	14,93	0,58	**52424**
2000	5	74342	28688	27532	7,99	24,23	**13,13**	4,03	**73767**
2001	6	95293	23262	21160	8,81	22,71	15,27	9,04	**95293**
2002	7	128768	33904	33140	10,32	34,14	20,67	2,25	**132158**

Таблица 7.3

Коэффициенты систем дифференциальных уравнений вида (5) и (6) для разных районов

	I - Прибайкальский район				II - Кабанский район				III - Северо-Байкальский район			
Переменная	Порядок уравнений системы (5)											
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3
	Коэффициенты уравнений (5)											
x	0,494	0,818	0,842	-0,407	0,209	-0,068	-0,663	12,787	-0,232	-1,756	3,773	-5,803
y	0,304	-0,773	0,353	0,675	-0,153	-0,831	0,369	-6,721	0,809	1,075	-4,474	5,828
z	-0,411	0,729	-0,223	1,118	0,061	0,069	0,526	0,066	0,279	0,942	-2,132	2,033
f	0	0,616	0,503	0,207	0	3,41	0,281	3,929	0	-0,844	4,435	-12,025
C	8,359	3,859	-20,29	-27,72	12,843	-31,33	-8,086	-8,446	-3,413	9,167	6,819	77,869
	Коэффициенты уравнений (6)											
x	-	1,122	1,090	-0,305	-	0,645	-0,604	13,608	-	-1,560	2,744	-3,013
y	-	-0,586	0,506	0,738	-	-1,353	0,326	-7,322	-	0,392	-0,886	-3,90
z	-	0,476	-0,430	1,033	-	0,277	0,543	0,306	-	0,707	-0,895	-1,322
C	-	9, 008	-16,08	-25,99	-	12,465	-4,477	42,014	-	12,048	-8,318	118,91
	Равновесные состояния											
	$f=f_0$	$y=y_0$	$x=x_0$	$z=z_0$	$f=f_0$	$y=y_0$	$x=x_0$	$z=z_0$	$f=f_0$	$y=y_0$	$x=x_0$	$z=z_0$
	16,415	28,235	4,089	6,196	11,99	11,631	3,066	4,672	15,181	31,578	6,987	-19,113

Таблица 7.4.

Варианты приоритетов управления районами

Коэффициенты	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
a_y	1	1	0	0
a_x	1	0	1	0
a_z	1	0	0	1
Кабанский район				
φ_1	-1,526	-0,994	-0,535	0,002
φ_3	2,476	0,468	0,212	1,796
φ_6	0,256	0,068	0,108	0,079

[1] В процентах от суммы собственных доходов в бюджет.

Прибайкальский район				
φ_1	0,406	-0,502	0,424	0,484
φ_3	0,813	0,658	0,483	-0,328
φ_6	1,119	0,505	0,006	0,609
Северо-Байкальский район				
φ_1	2,791	-1,884	0,691	3,984
φ_3	1,583	-1,249	0,667	2,165
φ_6	-0,335	-0,162	-0,082	-0,091

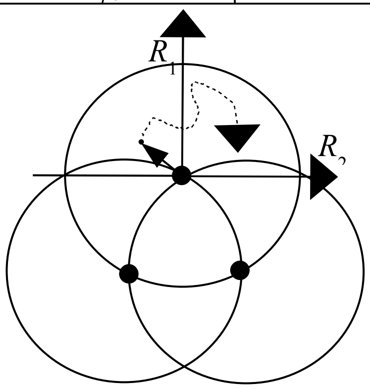

Рис. 7.3.

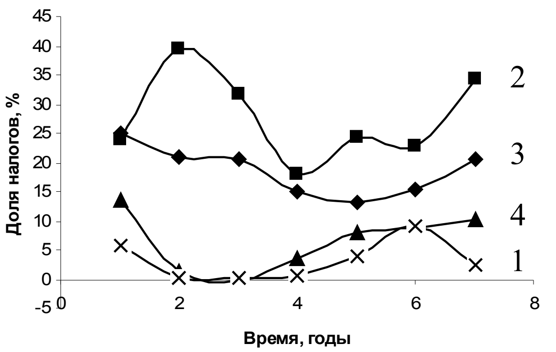

Рис.7.4.

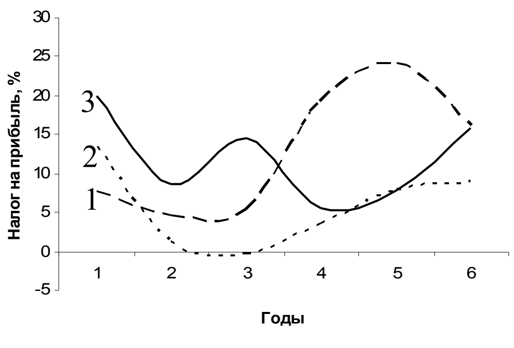

Рис.7.5.

Рис.7.6.

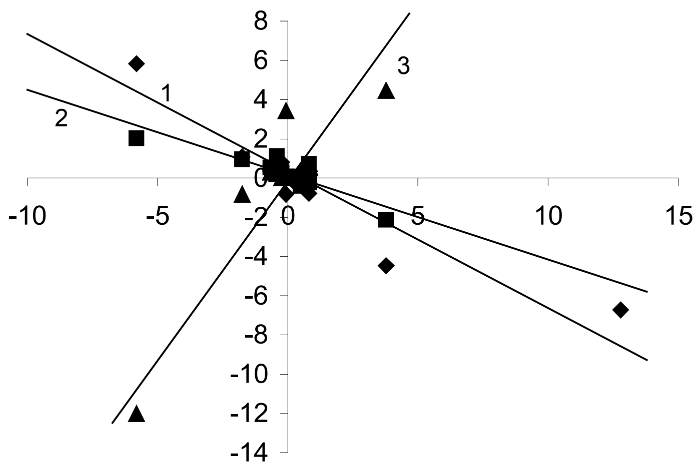

Рис.7.7.

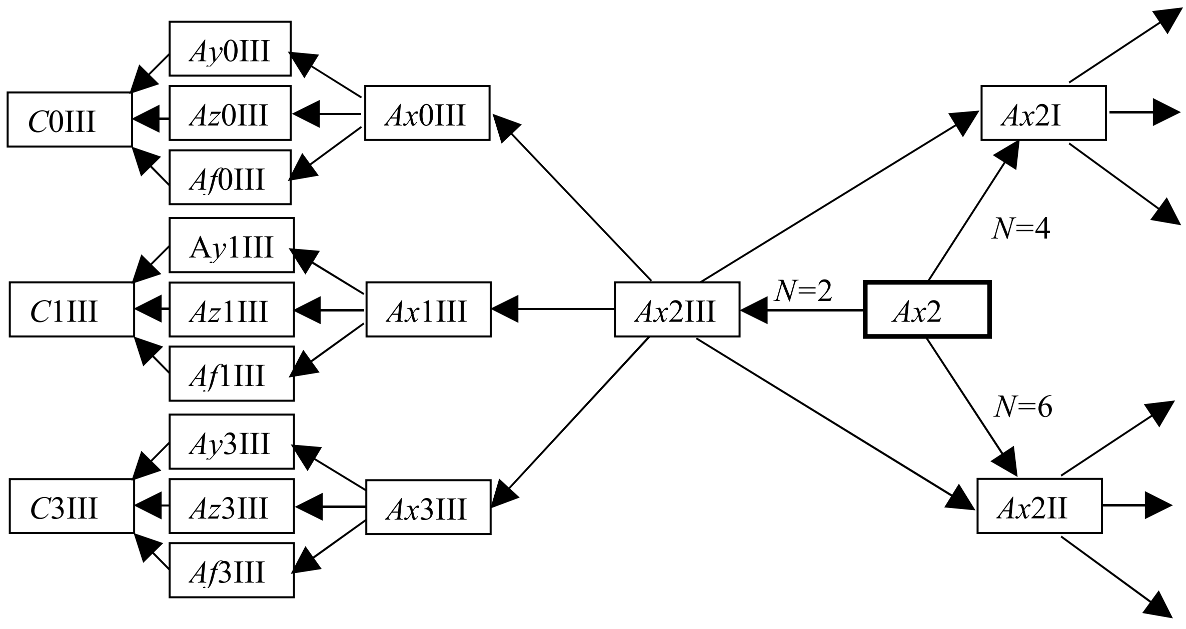

Рис.7.8.


Прогнозирование изменений
Данные ГИС
Графики состояния
Выделение огибающих
Расчет коэффициентов
Варьирование

Рис. 7.9.

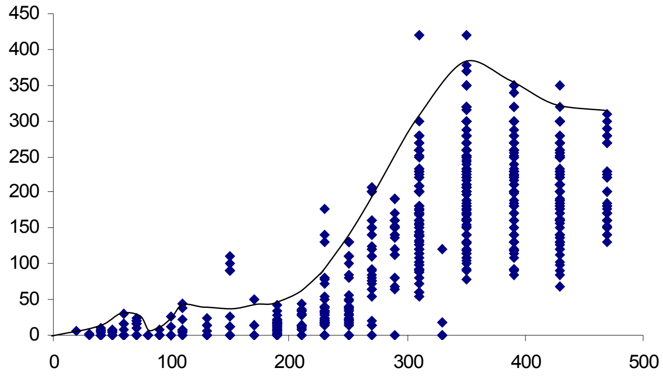

Рис. 7.10.

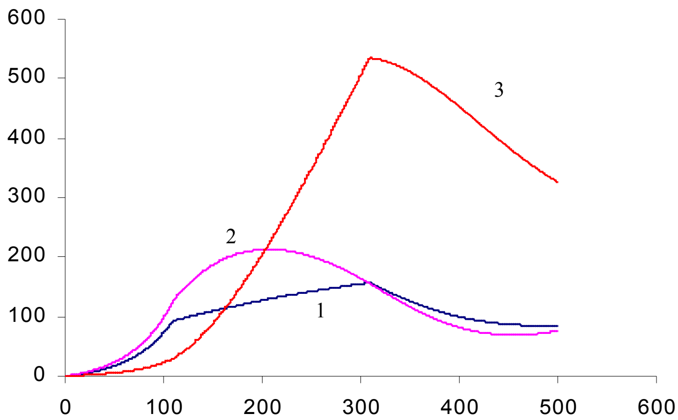

Рис. 7.11.

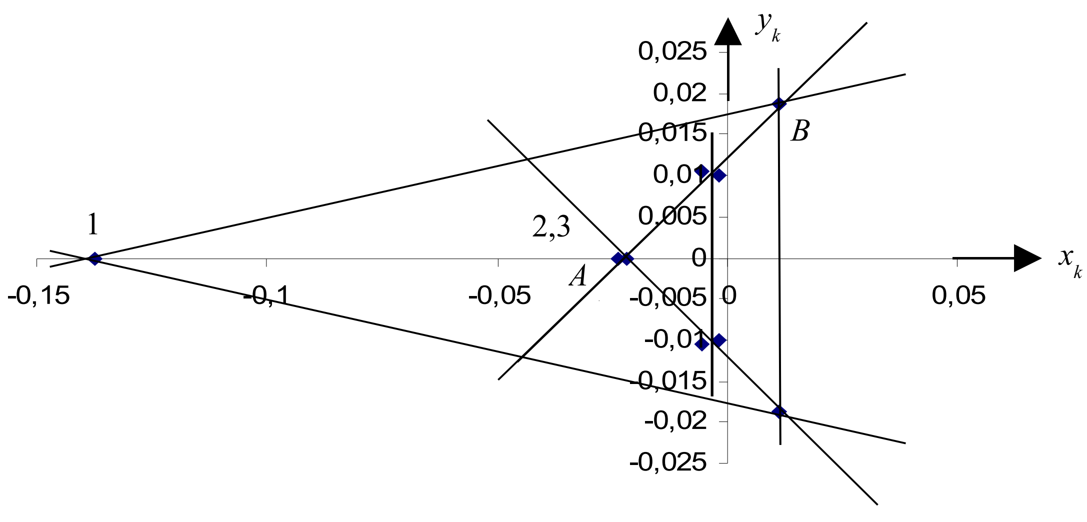

Рис. 7.12.

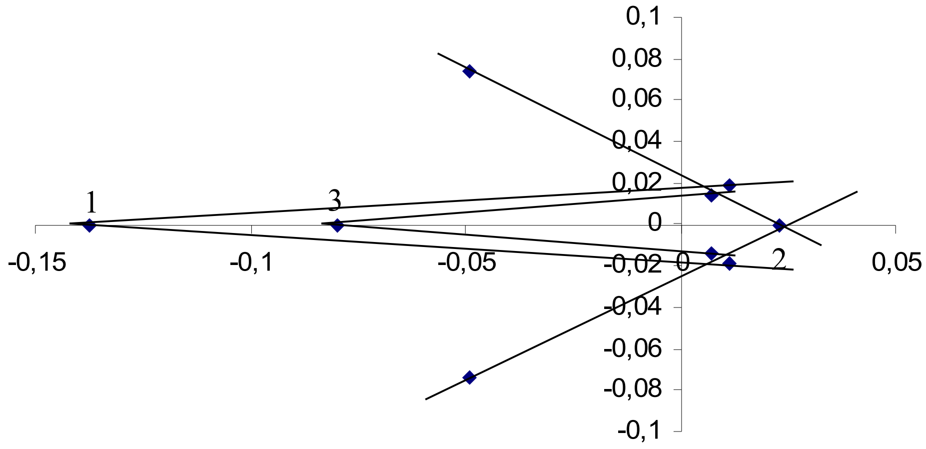

Рис. 7.13.

t, лет