

ПРИОРИТЕТНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ Ш.24.**ТЕОРИЯ СИСТЕМ, ОБЩАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ И ДРУГИМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ, В ТОМ ЧИСЛЕ ЕДИНАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ, ВЫЧИСЛЕНИЙ И СЕТЕВЫХ СВЯЗЕЙ, А ТАКЖЕ ТЕОРИЯ СЛОЖНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ, ГРУППОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РАСПРЕДЕЛЕННОЕ УПРАВЛЕНИЕ****Программа Ш.24.1. Теория управления динамическими системами и методы их исследования (координатор член-корр. РАН А. А. Толстоногов)**

В Институте динамики систем и теории управления исследована одна из моделей, описывающих взаимодействие популяции и некоторых управляющих агентов. Предполагается, что, выбирая стратегию управляющих агентов, мы получаем возможность контролировать динамику популяции. Можно представить целый ряд ситуаций такого рода: хищник, атакующий стаю жертв, несколько полицейских, пытающихся сдержать толпу протестующих, пастушья собака, ведущая отару овец, и т. п. Говоря неформально, данную задачу можно рассматривать как управляемую систему, где состояние, которым необходимо управлять, является множеством. С использованием понятия (ква-

зи)дифференциального уравнения в метрическом пространстве дано строгое определение такого рода управляемых систем.

В рассматриваемой модели изучена задача блокирования популяции: при этом необходимо найти такую стратегию управляющих агентов, которая позволит удержать популяцию в заданном ограниченном множестве в течение конечного (или бесконечного) отрезка времени (рис. 80). С целью заблокировать популяцию агент движется с постоянной скоростью вокруг области, оккупированной популяцией в начальный момент времени. На рисунке изображен «прорыв» популяции. При выполнении определенных условий, связанных с диамет-

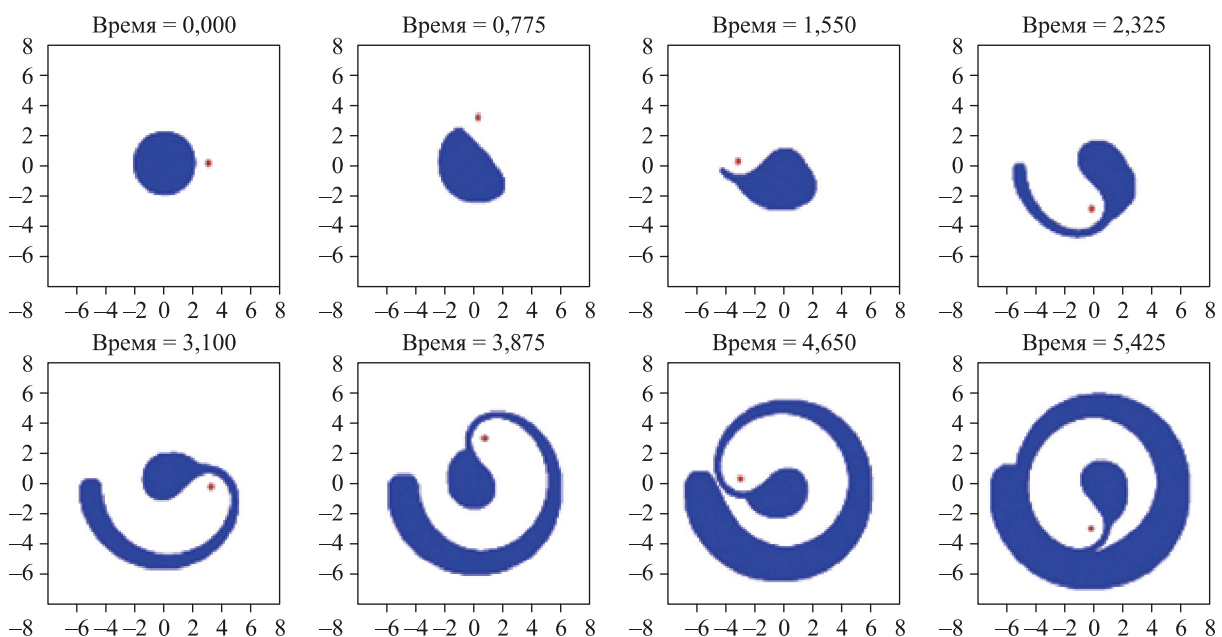


Рис. 81. Численное моделирование взаимодействия популяции и «отталкивающего» агента, изображенного точкой (каждый член популяции стремится убежать от агента).

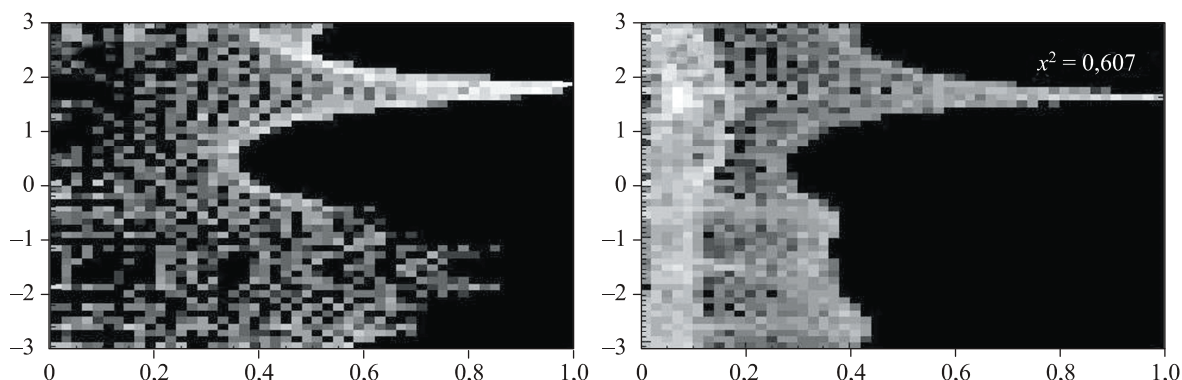


Рис. 82. 2D-гистограммы ориентации векторов (вертикальная координата) и их величины (горизонтальная координата) для точной модели (слева) и восстановленной (справа). Яркость пикселей отнормирована логарифмически на число точек, попавших в соответствующий интервал.

ром исходного множества, занимаемого популяцией, такие стратегии были найдены и показано, что если площадь множества, занимаемого популяцией в начальный момент времени, достаточно велика, то не существует стратегии, позволяющей удерживать популяцию в ограниченном множестве неограниченно долго.

Сотрудниками того же Института получены обобщения принципа инвариантности Ла-Салля для дифференциальных и функционально-дифференциальных включений на основе прямого метода Ляпунова с использованием функций Ляпунова со знакопостоянной производной. Для неавтономных дифференциальных включений введено новое понятие предельных дифференциальных включений, изучены их свойства и доказан аналог принципа инвариантности. Установлены свойства типа инвариантности для правых предельных множеств решений. Метод исследований в равной степени является новым для неавтономных дифференциальных уравнений и при соответствующих предположениях приводит к известным в методе предельных уравнений результатам. Для функционально-дифференциальных включений модификация принципа инвариантности состоит в использовании набора вспомога-

тельных функционалов Ляпунова, позволяющих более точно находить оценки для правых предельных множеств решений в фазовом пространстве непрерывных функций. На этой основе для указанных классов дифференциальных включений получены теоремы о притяжении.

В том же Институте разработан новый метод реконструкции векторного поля по результатам интегральных (спектральных) измерений в плазменном эксперименте. Так как векторные поля в плазме удовлетворяют условию соленоидальности ($\text{div} \mathbf{g} = 0$), в качестве базисных векторов для разложения векторного поля выбраны векторные сферические гармоники. В результате задача сведена к решению уравнений Вольтерра первого рода.

Эффективность развитого метода проверена на модели векторного поля, полученного из аналитического решения А. А. Соловьева для уравнения Грэда—Шафранова. Для сравнения полей, точного и реконструированного, использован 2D-гистограммный метод ориентация-амплитуда. На рис. 82 представлены две гистограммы, подтверждающие достаточно хорошее совпадение топологических характеристик полей.