О свойствах решения одной математической модели неравновесной фильтрации

Данаев Н.Т., Мухамбетжанов С.Т., Коданова Ш.К.
КазНУ имени аль Фараби, e-mail: mode@nursat.kz

Работа посвящена исследованию математической модели неравновесной фильтрации, описывающей процесс вытеснения нефти полимерными растворами. В потоке активная примесь может находиться в трех состояниях: растворенной в воде, растворенной в нефти и адсорбированной на стенках поровых каналов. Тогда содержание полимера в растворе увеличивает вязкость водной фазы, а с ростом количества адсорбированного полимерного вещества уменьшается фазовая проницаемость для воды. Рассматривается фильтрационное течение с активной примесью в заданной конечной области Ω с кусочно - гладкой границей $\Gamma \equiv \partial\Omega$. В соответствии с различными видами граничных условий граница Γ может разбиваться на несколько связных компонент Γ^i. Пусть $Q_T = \Omega \times [0,T]$, $S_T^i = \Gamma^i \times [0,T]$, n – внешняя нормаль к границе Γ.

$$m \cdot \frac{\partial s}{\partial t} = div\left(K_0 \cdot a_1 \cdot \nabla s - b \cdot \vec{v} + \vec{F}\right), \tag{1}$$

$$div\left(K \cdot \nabla P + \vec{f}\right) = 0, \quad -\vec{v} = K \cdot \nabla P + \vec{f}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(m \cdot c \cdot s + a\right) = div\left(D \cdot \nabla c - c \cdot \vec{v}\right) \tag{3}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{1}{\tau} \cdot \left(\chi(c) - a\right), \tag{4}$$

где функция $\chi(c)$ равна единице, если $c > c_*$, $\chi(c)$ равна нулю, если $c < c_*$ и принимает значения из промежутка [0,1], если $c = c_*$, m-пористость, $K = K_0(x)$ - тензор фильтрации для однородной жидкости, капиллярное давление обладает следующими свойствами: $\dfrac{\partial P_k}{\partial s} < 0$ и $\dfrac{\partial P_k}{\partial c} \le 0$, а $p = p_1 - \int \dfrac{\partial p_k}{\partial s}\dfrac{k_{02}}{k} d\xi + \rho_1 g h$ - приведенное давление. Требуется найти функций $\{s, p, \vec{v}, c, a\}$ (соответственно водонасыщенность, давление, скорость течения, концентрация активной примеси, функция адсорбции), определенные в Q_T, удовлетворяющие уравнениям (1)-(4), начальным:

$$s\big|_{t=0} = s_0(x), \quad c\big|_{t=0} = c_0(x), \quad a\big|_{t=0} = a_0(x) \tag{5}$$

а также следующим граничным условиям:

$$\vec{v}\vec{n} = \vec{v}_1\vec{n} = 0 \text{ - условие непротекания и } c(x,t) = 0 \text{ при } (x,t) \in S^0 = \Gamma^0 \times [0,T]. \tag{6}$$

$$p = p_0(x,t), \quad s = s_0(x,t), \; -D \cdot \frac{\partial c}{\partial n} + \vec{v}_{1n} \cdot c = \vec{v}_{1n} \cdot \tilde{c} \text{ при } (x,t) \in S^2 = \Gamma^2 \times [0,T], \tag{7}$$

$$-(K\nabla p + \vec{f})\vec{n} \equiv \vec{v}\vec{n} = R(x,t), (x,t) \in S^1 = \Gamma^1 \times [0,T], \; -(K_0 a_1 \nabla s + K_1 \nabla p + \vec{f}_0)\vec{n} \equiv \vec{v}_1\vec{n} = bR(x,t), (x,t) \in S^1.$$

$-D \cdot \dfrac{\partial c}{\partial n} + \vec{v}_{1n} \cdot c = q_n \cdot c^*$ при $(x,t) \in S^1 = \Gamma^1 \times [0,T]$, где q_n - заданный расход на единицу площади, $\tilde{c}$ и c^* - известные значения концентрации примеси.

По предложенной постановке задачи (1) – (7) также изучены качественные свойства решения: асимптотическое поведение решения при неограниченном возрастании времени, периодическое по времени решения и структура обобщенных решений. Исследованы предельные задачи при $\tau \to 0$ и построены вычислительные алгоритмы для численной реализаций на ЭВМ.