

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ И ЯЗЫК JAVA В ЗАДАЧЕ О БРАХИСТОХРОНЕ

А.Г. Иванов

iagsoft@imm.uran.ru,

Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург, РОССИЯ

При преподавании вариационного исчисления традиционно рассматривается задача о брахистохроне. Для классической постановки этой задачи хорошо известен общий вид оптимальной траектории — дуга циклоиды [1, 2]. Проблема построения конкретной дуги циклоиды для конкретных граничных условий обычно не затрагивается при преподавании. Для определения параметров дуги циклоиды необходимо численно решить трансцендентное уравнение. Была создана программа, которая решает трансцендентное уравнение, строит оптимальную траекторию и анимирует движение точки по траектории. Первоначально программа была написана на "Си" и предназначалась для демонстрации перед студентами на занятиях [3]. Позднее, после появления языка JAVA был разработан вариант программы (JAVA-апплет) на этом языке. Это позволило включить апплет в широко доступные HTML-страницы (http://home.ural.ru/~iagsoft/BrachJ_.html) (рис. 1).

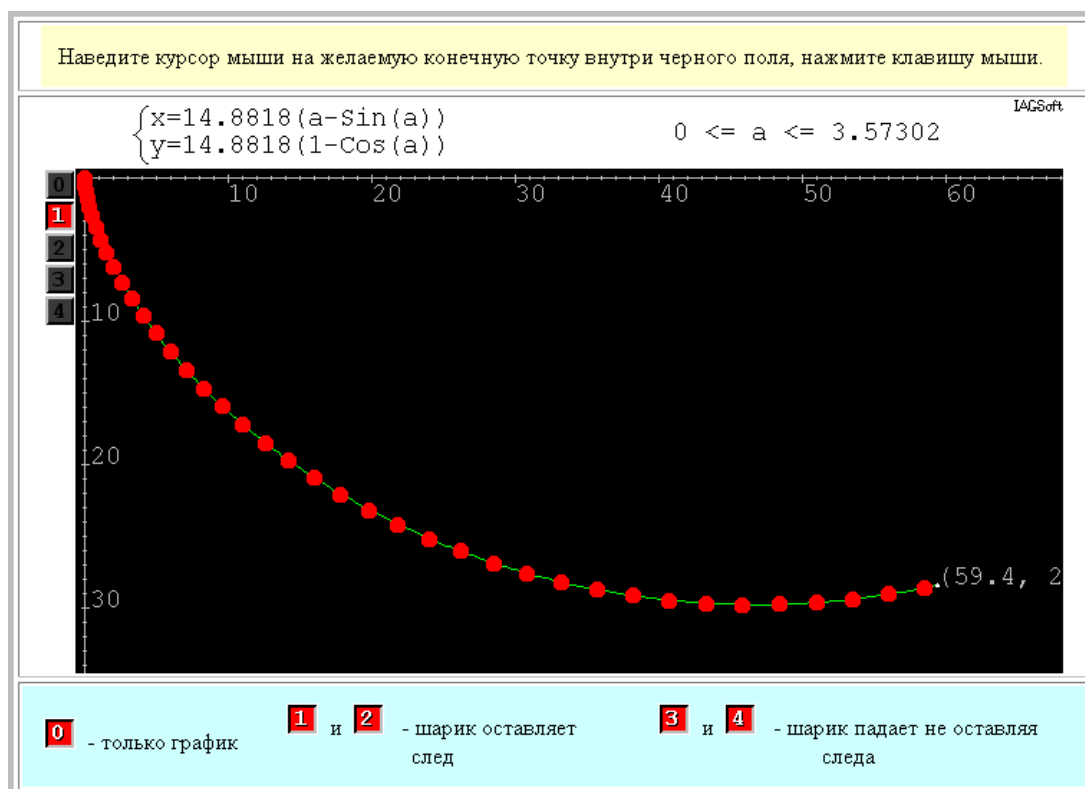


Рис. 1. Фрагмент HTML-страницы с апплетом.

Разрабатываются JAVA-апплеты и для других задач вариационного исчисления, например, для задачи о наименьшей поверхности вращения (http://home.ural.ru/~iagsoft/PMRS_J.html).

Определенный интерес представляет нетрадиционная постановка задачи — задача о брахистохроне в центральном поле тяготения. Здесь в точке $(0, 0)$ располагается притягивающаяся масса. Необходимо построить траекторию движения тяжелой материальной точки из заданной начальной точки в заданную конечную точку под действием силы ньютоновского притяжения такую, чтобы время движения из начальной в конечную точки было минимальным. Возможна иная интерпретация этой задачи: в горизонтальной

плоскости закреплен заряд одного знака, необходимо построить траекторию движения массивного заряда противоположного знака, чтобы заряд, отпущенный с нулевой начальной скоростью из заданной начальной точки, пришел бы под действием силы электростатического притяжения в заданную конечную точку за минимальное время.

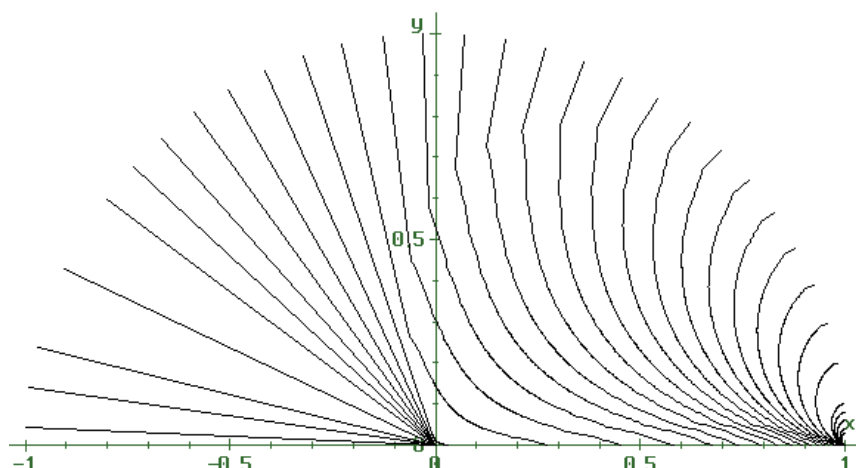


Рис. 2. Поле оптимальных траекторий для задачи о брахистохроне в центральном поле тяготения

Аналитическое решение этой задачи не представляется возможным. Задача численно исследуется с использованием метода Эйлера — оптимальная траектория приближается кусочно-линейной ломаной. Этим задача сводится к задаче минимизации функции многих переменных. Вычисление времени спуска вдоль одной кусочно-линейной траектории занимает довольно большое время на

традиционной ВТ (функционал времени спуска не удается проинтегрировать даже на участках линейности). В связи с этим вычисления проводились на параллельном вычислителе МВС-100 [4]. Была создана параллельная программа поиска минимума функции многих переменных, за основу при разработке параллельной программы был взят метод Хука-Дживса [5]. При ее помощи было построено изображенное на рис. 2 поле оптимальных траекторий для рассматриваемой задачи. Здесь в качестве начальной точки была взята точка $(1, 0)$, а конечные точки имеют радиус-векторы равные единице. На основе поля оптимальных траекторий были построены изохроны — линии равного оптимального времени (рис. 3).

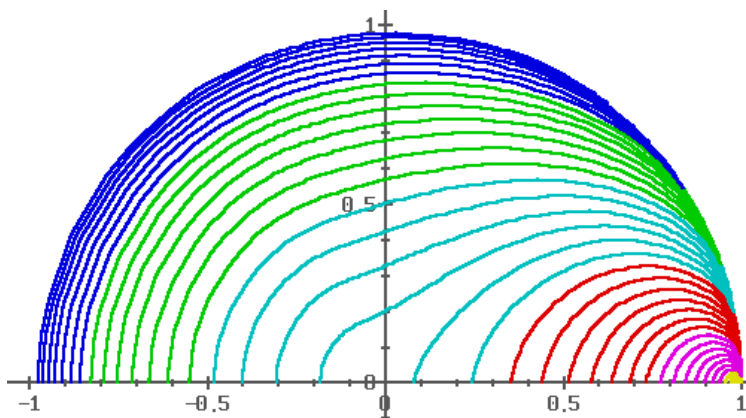


Рис. 3. Изохроны

Необходимо отметить, что параллельная программа поиска минимума функций многих переменных имеет универсальный характер и может быть применена для решения широкого круга задач.

Литература

- [1] Н.И.Ахиезер. Лекции по вариационному исчислению. М., Гостехиздат, 1955.
- [2] Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. М.: Техгиз, 1958.
- [3] Иванов А.Г. Численные методы в преподавании классических задач вариационного исчисления. В кн.: "ПОНТЯГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ-VIII" на Воронежской весенней математической школе "Современные методы в теории краевых задач". Тезисы докладов. Воронеж, 1997. С.61.
- [4] Лацис А.О. Операционная среда ROUTER для транспьютерных систем. Москва, ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 1995.
- [5] Б.Банди. Методы оптимизации. Вводный курс. М.: Радио и связь, 1988.