

**О СПРАВЕДЛИВОСТИ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ  
ЛОНГЕТ-ХИГГИНСА И ФОКСА ДЛЯ ПРЕДПРЕДЕЛЬНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛН**

**Маклаков Д.В.**

*НИИ Математики и Механики им. Н.Г.Чеботарева при КазГУ  
Казань, Россия, e-mail: dmitri.maklakov@ksu.ru*

В теории нелинейных периодических волн наиболее трудными для расчетов являются волны, близкие к предельным. Это связано с нетривиальным поведением свободной поверхности крутых волн: вблизи гребня: кривизна свободной поверхности стремится к бесконечности, угол наклона касательной становится больше  $30^\circ$ . Интегральные характеристики предпредельных волн являются осциллирующими функциями в зависимости от параметра возмущения, отвечающего за крутизну. Эти осцилляции были предсказаны Лонгет-Хиггинсом и Фоксом в работах [1-3] на основе асимптотического подхода. К осциллирующим относятся такие важнейшие волновые характеристики, как скорость распространения, кинетическая и потенциальная энергии волн, импульс. Имеющиеся в научной литературе расчеты нелинейных волн не позволяют с уверенностью утверждать, что асимптотическая теория Лонгет-Хиггинса и Фокса справедлива. Первый экстремум для любой из вышеперечисленных интегральных характеристик отмечается практически всеми исследователями. Для уединенных волн наличие этого экстремума у числа Фруда строго доказано П.И. Плотниковым [4]. Различить в расчетах наличие второго экстремума удалось лишь Танака [5]. Анализ асимптотических формул Лонгет-Хиггинса и Фокса показывает, что для того, чтобы числовой расчет мог выявить последовательность максимумов и минимумов у экспоненциально убывающих осцилляций, необходимо проводить его со всё возрастающей точностью. Если для выявления первого экстремума достаточно 3-4 знаков после запятой, то четвертый требует точности в 11-12 знаков в наиболее трудной для счета предпредельной ситуации. Как показано Танака [5], наличие экстремумов имеет принципиальное значение при исследовании устойчивости периодических волн.

В докладе представлен численно-аналитический метод расчета периодических волн произвольной длины, позволяющий различить первые четыре экстремума из бесконечной последовательности максимумов и минимумов осциллирующих функций, определяющих интегральные характеристики. Выполненные с помощью этого метода числовые расчеты великолепно согласуются с расчетами по асимптотическим формулам Лонгет-Хиггинса и Фокса. Это согласование подтверждает как правильность асимптотических формул, так и тот факт, что необходимая точность в 11-12 десятичных знаков после запятой для предпредельных волн была достигнута.

Работа получила поддержку РФФИ, проект 96-01-00111.

Литература

1. M. S. Longuet-Higgins, M.J.H. Fox. J. Fluid Mech. **80**, 721 (1977).
2. M. S. Longuet-Higgins, M.J.H. Fox. J. Fluid Mech. **85**, 769 (1978).
3. M. S. Longuet-Higgins, M.J.H. Fox. J. Fluid Mech. **317**, 1 (1995).
4. П.И.Плотников. Изв. АН СССР, сер. математическая **55**, 339 (1991).
5. M.Tanaka. Phys Fluids. **29**, 650 (1986).