

**ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ УЕДИНЕННЫХ ВНУТРЕННИХ  
ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ**

**Мальцева Ж.Л.**

*Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева,  
630090, Новосибирск, Россия*

Рассматривается задача об уединенных волнах на границе раздела двух жидкостей. Классификация возможных типов стационарных волн в двухслойной жидкости под крышкой дана в [1], гл. 1, в рамках модели второго приближения теории мелкой воды и в [2] на основе уравнений Кортевега—де Фриза с квадратичной и кубической нелинейностью.

В настоящей работе строится равномерное асимптотическое разложение для уединенных внутренних волн с уплощенными вершинами (типа плато), в пределе вырождающихся в бор. Показано, что в этом случае амплитуда волны в отличие от волны Кортевега-де Фриза имеет одинаковый порядок малости с длинноволновым параметром.

Уравнения движения, записанные в терминах функции тока, имеют вид

$$\left. \begin{array}{ll} \psi_{yy} + \psi_{yy} = 0, & \text{в } \Omega_1 \cup \Omega_2, \\ \psi = 0, & \text{на } \gamma_0, \\ \psi = Q_1 \\ [(\psi_x^2 + \psi_y^2 + 2gy - 2b)\rho] = 0 \end{array} \right\} \text{ на } \gamma_1,$$
$$\left. \begin{array}{ll} \psi = Q_1 + Q_2, & \text{на } \gamma_2, \\ \psi \rightarrow \psi_0, \nabla \psi \rightarrow \nabla \psi_0 & \text{при } |x| \rightarrow \infty. \end{array} \right\}$$

Здесь  $\Omega_i$ —области течения,  $\gamma_0, \gamma_2$ —дно и крышка соответственно,  $\gamma_1$ —граница раздела слоев, квадратные скобки обозначают скачок величины на границе раздела слоев,  $Q_i = U_i H_i$ ,  $\rho_i$ —расходы и плотности в слоях соответственно,  $b$ — постоянная Бернулли,  $\psi_0$ — функция тока невозмущенного кусочно-постоянного течения,

$$\psi_0 = \begin{cases} yQ_1 / H_1, & \text{в } \Omega_1, \\ Q_1 + (y - H_1)Q_2 / H_2 & \text{в } \Omega_2. \end{cases}$$

Доказана теорема существования точного решения. Построена длинноволновая асимптотика решения. Граница раздела слоев в полученном приближении представляется формулой

$$y = 1 + \varepsilon a \frac{1 - \tanh^2 \frac{\varepsilon x}{2}}{\theta(a^2 - \tanh^2 \frac{\varepsilon x}{2})} + \varepsilon^2 \frac{\alpha_1 \cosh \varepsilon x + \alpha_2 \sinh \varepsilon x \ln \frac{a - \tanh(\varepsilon x / 2)}{a + \tanh(x / 2)} + \alpha_3}{(a^2 - 1)\alpha_4(a^2 + 1 + (a^2 - 1) \cosh \varepsilon x)^2} + O(\varepsilon^3).$$

где  $\varepsilon$  — длинноволновой параметр,  $\alpha_i$  — постоянные, зависящие от входных параметров задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Овсянников Л.В., Макаренко Н.И., Налимов В.И. и др. Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука, 1985.
2. Funakoshi M. Long Internal Waves in a Two-Layer Fluid//J. of the Phys. Society of Japan. 1985, V.54, N 7, p.2470—2476.