Математика в XXI веке
Новосибирск, 25–28 июня 2003
(Тезисы докладов)

# Модель динамики системы “хищник — жертва” с запаздыванием

Л. В. Недорезов, Ю. В. Утюпин

Рассматривается модификация системы хищник — жертва Лотки — Вольтерра, в которой предполагается, что процессы рождения в популяции жертв реализованы с запаздыванием в следующей форме:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax(t-\tau)e^{-\alpha\tau - \int\limits_{t-\tau}^{t}(\beta x+\gamma z)dt} - \alpha x - \beta x^2 - \gamma xz \\ \dot{z} &= -\alpha_1 z + \gamma_1 xz \end{aligned} \tag{1}$$

где $x(t)$ и $z(t)$ — численность жертв и хищников в момент времени $t$ соответственно. Все параметры в модели (1) положительны. Предполагается, что саморегуляционные механизмы в популяции хищников в модели (1) отсутствуют. После замены переменных $t = \tau t'$ , $\beta\tau x = u$ , $\gamma\tau z = v$ система (1) может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= Au(t'-1)e^{-B - \int\limits_{t'-1}^{t'}(u+v)dt} - Bu - u^2 - uv \\ \dot{v} &= -Cv + Duv \end{aligned} \tag{2}$$

где $A = a\tau$, $B = \alpha\tau$, $C = \alpha_1\tau$, $D = \gamma_1\tau$, с начальными данными

$$u(t') = \rho_u(t') \geqslant 0, v(t') = \rho_v(t')0, t' \in [-1,0], \rho_u(t'), \rho_v(t') \in C_{[-1,0]}. \tag{3}$$

Основные свойства модели (2)–(3) такие:

Теорема. *Все решения системы* (2) *с условиями* (3) *неотрицательные и ограниченные.*

*При* $A \leqslant Be^B$ *все решения задачи* (2)–(3) *стремятся к началу координат.*

*Если* $A > Be^B$, *то существует состояние равновесия на оси* $Ou$, *являющееся асимптотически устойчивым при выполнении условия*

$$Be^B < A < \left(B + \frac{C}{D}\right) e^{\left(B + \frac{C}{D}\right)} \tag{4}$$

*Если условие* (4) *не выполняется, то существует нетривиальное асимптотически устойчивое состояние равновесия на плоскости* $Ouv$.

International Centre of Insect Physiology and Ecology, Nairobi, Kenia, Мирнинский филиал якутского госуниверситета

*E-mail*: leo@icipe.org, adm.cnigri@alrosa-mir.ru, YuraUt@yandex.ru