Математика в XXI веке
Новосибирск, 25–28 июня 2003
(Тезисы докладов)

Асимптотический анализ системы $\vec{M}_n/\vec{G}_n/1$ в условиях большой загрузки

Я. М. Хусаинов

Рассматривается однолинейная система массового обслуживания на которую поступают n независимых пуассоновских потоков требований с параметрами λ_k $(k = 1, \dots, n)$, обладающих относительным приоритетом по отношению друг к другу. Чем меньше номер потока, тем выше его приоритет. Поступившее в систему требование становится в очередь своего приоритетного класса и внутри этого класса обслуживается в соответствии с "дисциплиной первым пришел — первый обслужен". Время обслуживания требования k-го потока — случайная величина, распределенная по некоторому произвольному закону $H_k(t)$ $(k = 1, \dots, n)$ с конечными математическими ожиданиями.

Пусть ν_k $(k = 1, \dots, n)$ означает число требований k-го потока, находящихся в произвольный момент времени в установившемся режиме. Обозначим через ρ_k загрузку системы требованиями k-го потока, а через $\hat{\rho}_n$ — загрузку системы вызовами всех потоков, т. е. $\hat{\rho}_n = \rho_1 + \dots + \rho_n$.

В данной работе доказаны предельные теоремы, в которых описывается класс предельных распределений для совместных стационарных распределений длин очередей $P(\nu_k = m_k,\ m = 1, \dots, n)$ при различных соотношениях между ρ_k $(k = 1, \dots, n)$ в условиях большой загрузки, т. е. когда $\hat{\rho}_n \to 1$.

В частности, доказывается справедливость следующего утверждения.

Теорема. *Пусть $\rho_k \to 1$ для некоторого k $(1 \leqslant k \leqslant n-1)$ и $\rho_j \to 0$ при любых остальных $j \neq k$ $(1 \leqslant j \leqslant n)$. Если $\rho_j \left(1 - \sum\limits_{i=1}^{j-1} \rho_i\right)^{-1} \to 1$, $j = k+1, \dots n$, то*

$$P\left\{\nu_i < x_i,\ i = 1, \dots, k-1;\ \frac{\nu_j}{M\nu_j} < x_j,\ j = k, \dots, n\right\} \to \prod_{j=1}^{n} (1 - e^{-x_j}),$$

где M — знак математического ожидания.

Литература

[1] Б. В. Гнеденко и др., *Приоритетные системы обслуживания*, Изд-во МГУ, Москва, 1973.

Самаркандский государственный университет