Математика в XXI веке
Новосибирск, 25–28 июня 2003
(Тезисы докладов)

Одностороннее $\overline{\partial}$-замкнутое продолжение CR-форм в фиксированную область

Т. Н. Никитина

Получен ряд утверждений об одностороннем $\overline{\partial}$-замкнутом продолжении CR-форм в фиксированную область (в случае функций см. работы [**1**],[**2**],[**3**],[**4**]), используя формулу Коппельмана на основе многомерного логарифмического вычета (см.[**5**]).

Пусть Ω — область в $\mathbb{C}^n$ и Γ — гладкая (класса C^∞) гиперповерхность в Ω вида

$$\Gamma = \{z \in \Omega : \varrho(z) = 0\},$$

где $\varrho \in C^\infty(\Omega)$ и $d\varrho \neq 0$ на Γ.

Обозначим $\Omega^{\substack{+\\-}} = \left\{z \in \Omega : \varrho(z) \substack{>\\<} 0\right\}$. Ориентация Γ согласована с Ω^+.

Пусть $\Psi = (\Psi_1, \ldots, \Psi_n)$ — голоморфное отображение в $\mathbb{C}^n$, состоящее из функций, голоморфных на множестве

$$E_\Omega = \{w \in \mathbb{C}^n : w = \zeta - z, z, \zeta \in \Omega\},$$

и имеющее единственный нуль в точке $w = 0$ кратности μ.

Зафиксируем последовательность ограниченных областей Ω_s с гладкими границами таких, что $\overline{\Omega}_s \subset \Omega_{s+1}$, $\cup_{s=1}^{\infty}\Omega_s = \Omega$ и $\partial\Omega_s$ пересекает Γ трансверсально, $s = 1, 2, \ldots$.

Пусть $f \in C(\Lambda^{p,q}, \Gamma)$, обозначим

$$L_s^{p,q}(f)(z) = \int_{\Omega_s \cap \Gamma} f(\zeta) \wedge U_{p,q}(\Psi(\zeta - z)),\ z \notin \Gamma,$$

здесь $U_{p,q}(\Psi(\zeta - z))$ — ядро Коппельмана на основе многомерного логарифмического вычета [**5**].

Если $z \in \Omega_s^+$, то будем писать $L_s^{p,q+}(f)$, если $z \in \Omega_s^-$, то будем писать $L_s^{p,q-}(f)$.

Если к тому же $f \in L^1(\Lambda^{p,q}, \Gamma)$, то

$$L_{p,q}(f)(z) = \int_\Gamma f(\zeta) \wedge U_{p,q}(\Psi(\zeta - z)),\ z \notin \Gamma.$$

Теорема. *Пусть* $f \in C^k(\Lambda^{p,q}, \Gamma)$ $(0 \le k \le \infty)$ *является* CR-*формой на* Γ. *Для того, чтобы дифференциальная форма* f $\overline{\partial}$-*замкнуто продолжалась*

Работа поддержана грантом РФФИ поддержки ведущих школ 00–15–96140.

в Ω^+ до формы F класса C^k вплоть до Γ необходимо и достаточно, чтобы интегралы $L_s^{p,q-}(f)$ продолжались вещественно аналитически из множества Ω_s^- на множество Ω_s для всех $s = 1, 2, \ldots$.

Если, кроме того, форма $f \in L^1(\Lambda^{p,q}, \Gamma)$, то для $\overline{\partial}$-замкнутого продолжения её в область Ω^+ необходимо и достаточно, чтобы интегралы $L_{p,q}^-(f)$ продолжались вещественно аналитически в Ω.

Мы здесь ограничились случаем, когда $f \in C^k(\Lambda^{p,q})$, хотя эта теорема справедлива и для других классов форм $f \in L^l(\Lambda^{p,q})$, $D'^{p,q}$, гиперформ.

Литература

[1] Айзенберг Л.А., Кытманов А.А.О возможности голоморфного продолжения в область функций, заданных на связном куске её границы// Мат. сб. 1991. Т. 182, 4. С.490-507.

[2] Айзенберг Л.А., Кытманов А.А.О возможности голоморфного продолжения в область функций, заданных на связном куске её границы, II// Мат. сб. 1993. Т. 184, 1. С.3-15.

[3] Антипова И.А.Применение логарифмического дифференциала к задаче голоморфного продолжения CR — гиперфункций// Сиб. матем. журн. 2000. Т. 41. N. 6. С.1238-1251.

[4] Мысливец М.С.*О CR-распределении, заданном на гиперповерхности*// Известия вузов. Математика, 2001. Т. 10. С. 47-52.

[5] Никитина Т.Н.*О формулах Карлемана для когомологий Дольбо на основе логарифмического вычета*// Многомерный комплексный анализ: Межвуз. сб. / Краснояр. гос. ун-т, 2002.

Красноярский государственный технический университет