

## Анализ локальных бифуркаций в модели Тьюринга

В. И. Быков, С. Б. Цыбенова

Математическая модель Тьюринга является классической распределенной моделью типа “реакция + диффузия”. Она допускает множественность стационарных состояний и автоколебания. Взаимодействие нелинейности, нестационарности и пространственной неоднородности приводит к большому разнообразию возможного динамического поведения таких распределенных систем. Параметрический анализ этих систем основан на процедуре линеаризации в окрестности однородного стационарного состояния. Рассматриваемая модель имеет вид

$$(1) \quad \frac{\partial x_i}{\partial t} = f_i(x) + D_i \Delta x_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ ,  $x_i$  — концентрации веществ,  $D_i$  — коэффициенты диффузии,  $\Delta$  — в общем случае  $3D$  оператор Лапласа,  $f_i$  — нелинейные функции, отражающие кинетику реакции,  $t$  — время. Однородные по пространству стационарные состояния  $x^*$  определяются из системы уравнений  $f(x^*) = 0$ .

Решения системы (1), линеаризованной в малой окрестности  $x^*$ , ищется в виде

$$(2) \quad u(t, \xi) = u(0, \xi) e^{\lambda t} e^{im\xi},$$

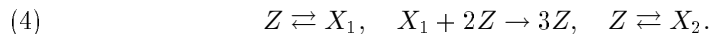
где  $m$  — вектор частот возмущений по пространственным переменным  $\xi$ .

В данной работе на основе параметрического анализа однородного стационарного состояния построены кривые локальных бифуркаций в различных плоскостях параметров. Определено влияние коэффициентов диффузии  $D$  на вид бифуркационных кривых.

Конкретные расчеты проводились для  $n = 2$  и кинетических зависимостей вида

$$(3) \quad f_1(x_1, x_2) = k_1 z - k_{-1} x_1 - k_2 x_1 z^2, \quad f_2(x_1, x_2) = k_3 z - k_{-3} x_2,$$

которые соответствуют процессам сорбции и реакции на поверхности катализатора, протекающей по схеме



Нелинейный характер кинетики приводит к тому, что устойчивое однородное состояние в сосредоточенной системе при наличии диффузии в распределенной системе может потерять устойчивость, что характеризуется наличием в (1) устойчивых неоднородных решений (диссипативных структур). Эти

структуры могут быть стабильными во времени либо периодически меняться, что и отвечает автоволновым режимам на поверхности катализатора. В последнем случае адсорбированные вещества самоорганизуются в кластеры, которые периодически возникают, растут, уменьшаются и исчезают. Такое “мерцание” интермедиатов на каталитической поверхности приводит к сложной динамике суммарной скорости каталитической реакции. Эта макрохарактеристика существенно зависит от соотношения параметров нелинейного взаимодействия интермедиатов и их диффузии на микроуровне.

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярский государственный технический университет

*E-mail:* [bykov@fivt.krasn.ru](mailto:bykov@fivt.krasn.ru), [tsybenova@mail.ru](mailto:tsybenova@mail.ru)