

Решение нелинейных задач гидродинамики идеальной жидкости со свободными границами методом граничных элементов

К. Е. АФАНАСЬЕВ

Кемеровский государственный университет, Россия

e-mail: keafa@kemsu.ru

В статье представлены задачи по гидродинамике идеальной несжимаемой жидкости, решаемые научным коллективом в центре новых информационных технологий Кемеровского государственного университета. Дается обзор работ за последние пять лет, обсуждаются проблемы численной реализации используемых алгоритмов, описываются наиболее интересные численные результаты решения конкретных задач.

Обсуждаются дальнейшие планы научного коллектива, а именно: новые классы задач гидродинамики со свободными границами, намеченные для решения; переход в реализации алгоритмов на высокопроизводительные параллельные вычисления.

Задачи гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами всегда были объектом пристального внимания исследователей в силу большого количества практических приложений, описываемых моделью идеальной жидкости. Указанные задачи являются достаточно трудными для исследований в силу их нелинейного характера и заранее неизвестного положения свободной границы. Появление численных методов вдохнуло вторую жизнь в научные исследования в целом и в указанных задачах в частности. Одним из эффективных методов решения задач гидродинамики идеальной жидкости является метод граничных элементов, построенный на основе интегральной формулы Коши и третьей формулы Грина. Ниже приводится описание различных задач, решенных в ЦНИТ КемГУ, делаются ссылки на оригинальные работы, в которых проводится обсуждение полученных результатов, дается сравнение с результатами других авторов.

Определенный успех в решении всех ниже перечисленных задач обусловлен правильным пониманием численной технологии, основанной на четком выяснении основных особенностей методов граничных элементов и используемых алгоритмов [10].

1. Стационарные плоские задачи

1.1. Обтекание препятствий

В работах [2, 14, 27] получено решение задачи обтекания препятствий вплоть до волн максимальной амплитуды, установлено, что задача имеет неединственное решение в зависимости от числа Фруда. Зависимость амплитуды A от числа Фруда Fr в зоне предельных волн имеет быстро убывающий характер. Для обратной зависимости $Fr(A)$ найдены три первых экстремума, свидетельствующие о том, что существуют зоны чисел Фруда, при которых задача имеет по крайней мере одно, два, три и четыре решений. При отсутствии препятствия на дне получены нелинейные стационарные уединенные волны, используемые в дальнейшем для задания начальных условий в нестационарных задачах о волнах. Кроме того, в работе [1] найдены приближения уединенной волны, хорошо аппроксимирующие геометрию волны и распределение потенциала на ней. Установлено, что интегральные характеристики нелинейной уединенной волны, такие как масса, кинетическая и потенциальная энергии достигают максимума и локального минимума до момента наивысшей волны.

В работе [26] для решения задачи предложен метод построения свободной границы, позволяющий избежать вычисления поля скоростей — следовательно уменьшить погрешность вычислений.

1.2. Циркуляционное обтекание профилей

В работе [15] рассматривается стационарная задача циркуляционного обтекания крыловых профилей потоком тяжелой жидкости, ограниченной свободной границей и прямолинейным дном.

Задачам циркуляционного обтекания профилей посвящено множество работ, но в отличие от упомянутой области течения, как правило, безграничная или ограничена твердыми стенками. Наличие свободной границы привносит дополнительную трудность в численное моделирование данной задачи, так как ее положение заранее неизвестно и должно быть определено в ходе решения задачи, наряду с определением циркуляции скорости по исследуемому контуру. При решении задачи установлена неединственность зависимости амплитуды волны на свободной границе от числа Фруда. Для решения задачи (ввиду неоднозначности потенциала) пришлось модернизировать КМГЭ — переписать его для поля скоростей (поле скоростей непрерывно), предложена оригинальная технология задания условия Жуковского в задней острой кромке профиля [27].

1.3. Стационарное завихренное обтекание препятствий

В работе [23] рассматривается стационарная задача об обтекании препятствия, расположенного на дне, вихревым плоскопараллельным потоком идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины со свободной поверхностью. При решении данной задачи также обнаружена неоднозначная зависимость амплитуды волны от числа Фруда. При отсутствии препятствия на дне предложенный алгоритм позволяет строить уединенные волны, вплоть до предельных.

2. Нестационарные плоские задачи

2.1. Горизонтальное движение полубесконечного тела в жидкости

В работе [11] получено решение задачи о движении полубесконечного тела на поверхности жидкости. При решении такого рода задач возникает трудность, связанная с бесконечными скоростями в точках соприкосновения тела с жидкостью. В работе предложена следующая методика: в нулевой момент времени на свободной границе выставляется условие непротекания и определяется распределение потенциала на ней, затем, в дальнейшие моменты времени условие непротекания убирается (заменяется кинематическим и динамическим условиями) и решается вплоть до последнего момента опрокидывания волны, возникающей впереди тела. В работе приведены картины течений для различных скоростей движения полубесконечного тела.

2.2. Горизонтальное движение полукругового цилиндра по ровному дну

В работе [3] изучаются кинематические характеристики возникающего течения, основное внимание уделено исследованию характеристик волны, возникающей за телом, и движению жидкости в том диапазоне чисел Фруда, при которых не существует стационарных течений. Первая группа задач условно называется “существенно нелинейными задачами”, вторая — “существенно неустановившимися задачами”. В первой группе за телом возникают опрокидывающиеся волны, которые вследствие быстроты происходящего процесса, значительных ускорений и больших искривлений свободной поверхности представляет собой наиболее трудный объект для исследования волновых явлений. Во второй группе рассматриваются более “спокойные” режимы течения, условно разделенные на три режима: I — сверхкритические течения при которых существует стационарный режим: $1,2 < Fr < 100$; II — докритические течения при которых также существуют стационарные решения: $0,1 < Fr < 0,6$; III — околокритические течения при которых не существует стационарных решений: $0,6 < Fr < 1,2$. Течения, отнесенные к режиму III не должны выходить на стационарный режим. Однако при проведении расчетов каких-либо сложностей, связанных с этим обстоятельством, не возникло. Изучение кинематической картины течения также ничего не показало. Очевидным в этом случае является лишь тот факт, что здесь не выполняется необходимое условие принадлежности решения к стационарному, то есть сила сопротивления на данных режимах не стремится к нулю.

2.3. Взаимодействие солитонов с препятствиями

В работах [12, 13] рассматриваются задачи о взаимодействии уединенных волн с полукруговым цилиндрическим выступом и наклонной твердой стенкой. В первой задаче показано, что взаимодействие волны и погруженного цилиндра порождает различные волновые картины, которые можно классифицировать, выделив 5 зон, соответствующих различным волновым режимам: В-Ц — волновая цепь; О-В — опрокидывание вперед; О-Н — опрокидывание назад; О-Г — обмен гребнями; Н-Т — неустойчивость Танаки.

Во второй задаче также выявлены четыре зоны течений по типу опрокидывания в зависимости от угла наклона стенки. Название режимов (В-Ц, О-В, О-Н) аналогично первой задаче, однако есть новый режим О-В-О — опрокидывание вперед во время отката волны. Меняющимися параметрами в данной задаче были угол наклона стенки, который принимал значения от 5° до 90° с шагом 5° , и амплитуда солитона $0,2 < A < 0,6$.

В работах [16, 25] приведены результаты решения задачи взаимодействия уединенных волн с подводным прямоугольным уступом. Задача в полной нелинейной постановке решается комплексным методом граничных элементов. На основе многочисленных расчетов анализируются процессы опрокидывания волн.

В результате расчетов задачи взаимодействия уединенных волн с прямоугольным подводным уступом выявлены три типа волновых течений: режим, при котором волна не опрокидывается и при дальнейшем движении приобретает форму стационарной волны большей амплитуды, чем волна первоначальная; опрокидывается с гребня на передний фронт (скользящий бурун); опрокидывается с переднего фронта на свою подошву (ныряющий бурун). Кроме того, изучен процесс формирования диспергирующего хвоста из волн малой амплитуды позади основной волны. Зарождение каждой отходящей волны происходит с переднего фронта волны, на котором формируется волновой сгусток, перекатывающийся через гребень волны, а затем отходящий от нее.

2.4. Схлопывание выемки на свободной границе, колебание жидкости

В работах [2, 24] рассматривается решение нестационарной задачи о схлопывании выемки заданной формы в бассейне конечной глубины. Данный класс задач интересен тем, что в процессе схлопывания образуется кумулятивная струя жидкости, обладающая высокой скоростью и сложной геометрией, в следствии чего данное явление становится трудным для математического моделирования. Задача решается в плоской и осесимметричной постановках. Исследуется влияние глубины бассейна и препятствия в виде пластины (диска) на скорость кумулятивной струи.

3. Нестационарные осесимметричные задачи о кавитационном пузыре

В работах [2, 20, 21] рассматриваются задачи динамики одиночного пузыря, расположенного между свободной поверхностью и твердой стенкой. Обсуждается совместное влияние твердых стенок и свободных границ на эволюцию пузыря. Там же приводится математическая постановка задачи при одновременном влиянии твердой стенки и свободной поверхности на процесс эволюции пузыря.

В работе [2] рассматриваются задачи о динамике двух пузырей, расположенных друг над другом. Задача решается в двух вариантах: 1) пузыри располагаются на достаточно большом расстоянии от свободной поверхности жидкости и 2) пузыри находятся вблизи твердой стенки или свободной поверхности. Показывается, что близость верхнего пузыря к нижнему, расположенному около твердой стенки, оказывает такое сильное противодействие, что нижний пузырь не всегда коллапсирует к стенке, как это происходит в случае одиночного пузыря.

В работе [6] рассматривается осесимметричная задача о динамике трех первоначально сферических пузырей, центры которых располагаются друг над другом на оси симметрии. Эта задача характеризуется весьма большим числом вариантов, поэтому приводится лишь восемь расчетов, имеющих неповторяющиеся комбинации.

Во всех расчетах, наряду с формой пузырей, приводятся графики: объема пузырей, положения центра пузырей, нормальных производных точек пузырей, лежащих на оси симметрии и давления в пузырях.

4. Нестационарные пространственные задачи о кавитационном пузыре

В работах [4, 5, 17, 18] рассматривается динамика пространственного газового пузыря вблизи твердой стенки при наличии поверхностного натяжения. Для всех расчетов приведены положения пузыря около максимального объема и на фазе образования кумулятивной струйки, а также иллюстрации путей частиц. К окончанию стадии расширения центр пузыря заметно смещается к твердой стенке и происходит деформация пузыря со стороны твердой стенки.

5. Пакет “AKORD” для решения задач со свободными границами

Для решения стационарных и нестационарных задач гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами (для плоского и осесимметричного случаев) был разработан пакет прикладных программ “AKORD”, описанный в работах [7, 8, 9]. Пакет “AKORD” состоит из нескольких основных приложений, реализующих все основные этапы численного решения задач, начиная с описания начальных данных задачи и заканчивая графическим анализом полученных результатов:

препроцессор — программный компонент, с помощью которого готовятся входные данные для численного эксперимента;

решатель — позволяет численно решать задачи, опираясь на данные, подготовленные препроцессором; постпроцессор — программный модуль, направленный на графическое отображение полученных после работы решателя результатов.

Каждый компонент пакета “AKORD” может функционировать как отдельная программная единица, которая напрямую получает необходимые данные, обрабатывает их и выдает результаты в соответствии с единым интерфейсом обмена, разработанным для совместимости приложений в составе пакета.

Дальнейшее развитие пакета предполагает естественное дополнение комплекса приложений, обеспечивающего решения пространственных задач. В качестве одного из первых приближений к этому в составе пакета “AKORD” имеется прототип препроцессора [19], который подготавливает начальные данные для решения пространственных задач методом граничных элементов. Естественно, что этот прототип еще далек от законченного приложения, однако он уже обладает основными возможностями по генерации данных для трехмерного решателя. Препроцессор состоит из нескольких функциональных блоков, которые связаны в единое приложение посредством программного интерфейса. Блок генерации поверхностной сетки позволяет создавать набор элементов, аппроксимирующий поверхности рассматриваемых пространственных объектов. Блок геометрических преобразований — визуализировать образ сетки и также осуществлять с ним различные манипуляции такие, как изменение масштаба, сдвиг и вращение. Это необходимо для наглядной работы с пространственными объектами. Блок задания параметров задачи дает возможность полностью определить как условия задачи, так и параметры для конкретной версии программы — решателя. Используя специальные параметры можно управлять самим процессом вычислений, и так же определять необходимый формат вывода результатов.

6. Планы

В настоящий момент идет разработка постпроцессора и препроцессора для трехмерных задач. Для препроцессора планируется создать: редактор для задания геометрии и граничных условий, поддержку генерации трехмерной поверхностной сетки. Для постпроцессора: вывод векторных полей на поверхности и во внутреннем объеме объекта, улучшенная система подготовки отчетов.

Разрабатывается Web-ориентированный подход для проведения научных расчетов [22]. В планах создание некоего промежуточного звена отвечающего за прием и обработку входных данных для программ расчета с использованием Web-технологий. Этот подход является наиболее приемлемым вариантом, поскольку не требуется наличия дополнительного ПО у клиента. К тому же, за счет такого подхода, обеспечивается массовость использования расчетного инструментария и доступ к результатам для научной и аналитической работы. Планируется разработка пользовательского, административного, статистического и аналитического интерфейсов для использования, представления и управления информацией.

В последнее время очень много внимания стало уделяться высокопроизводительным параллельным вычислениям, которые реализуются на кластерах рабочих станций. Основные достоинства кластеров на основе сети ПК — возможность постепенного расширения и модернизации.

В настоящий момент ЦНИТ КемГУ установлено все необходимое оборудование и программное обеспечение для проведения параллельных вычислений. Имеется кластер на основе 8 машин Pentium II/64Mb/400Mhz и трансьютер P-CUBE 16 на базе 16 процессоров I486/DX4-100/8Mb.

При переносе пакетов существующих последовательных программ на параллельную основу возникает ряд проблем. Во-первых, требуется быстродействующее коммуникационное оборудование, обеспечивающее среду передачи сообщений. Во-вторых, при создании программ необходимо учитывать топологию сети, параллельные свойства реализуемых алгоритмов и при этом специальным образом распределять данные между процессорами, чтобы минимизировать число пересылок и объем пересылаемых данных.

Таким образом, существенно усложняется написание параллельных алгоритмов по сравнению с последовательными.

Решению всех перечисленных задач и будет направлена деятельность сотрудников научного коллектива ЦНИТ КемГУ.

Список литературы

- [1] АФАНАСЬЕВ К.Е. Приближение нелинейной уединенной волны. Тр. VI науч. шк. "Гидродинамика больших скоростей" / Чуваш. гос. ун-т им. И.Н. Ульянова, Чебоксары, 1996. С. 3–10.
- [2] АФАНАСЬЕВ К.Е. Решение нелинейных задач гидродинамики идеальной жидкости со свободными границами методами конечных и граничных элементов // Автореф. дис. ..докт. физ.-мат. наук. Кемерово, 1997. 40 с.
- [3] АФАНАСЬЕВ К.Е. Моделирование сильно нелинейных волновых течений // Вычислит. технологии. 1998. Т. 3, № 1. С. 3–11.
- [4] АФАНАСЬЕВ К.Е., ГРИГОРЬЕВА И.В. Исследование эволюции пространственного кавитационного пузыря около твердой стенки в идеальной несжимаемой жидкости при наличии поверхностного натяжения // Тр. математического центра им. Н.И. Лобачевского, Изд. "ДАС". Казань, 2000. Т. 7. С. 38–42.
- [5] АФАНАСЬЕВ К.Е., ГРИГОРЬЕВА И.В. Взаимодействие пространственного газопарового пузыря с твердыми стенками в идеальной несжимаемой жидкости при наличии поверхностного натяжения. Мат. научно-практической конф. "Информационные недра Кузбасса", Изд-во "Полиграф". Кемерово, 2001. С. 174–178.
- [6] АФАНАСЬЕВ К.Е., ГУДОВ А.М. Эволюция цепочки из трех пузырей в безграничной жидкости // Динамика сплошных сред со свободными границами / Чуваш. гос. ун-т им. И.Н. Ульянова. Чебоксары, 1996. С. 31–41.
- [7] АФАНАСЬЕВ К.Е., ГУДОВ А.М., ГРИГОРЬЕВА И.В., КОРОТКОВ Г.Г., ДОЛАЕВ Р.Р., БЕРЕЗИН Р.Р. Интегрированная система поддержки численного эксперимента "AKORD" // Вестник КемГУ, серия Математика. Изд-во ООО "ЮНИТИ". Кемерово, 2000. Т. 4. С. 82–91.
- [8] АФАНАСЬЕВ К.Е., ГУДОВ А.М., КОРОТКОВ Г.Г., ДОЛАЕВ Р.Р., БЕРЕЗИН Е.Н. Распределенный пакет прикладных программ "akord" для проведения вычислительных экспериментов // Тр. межд. науч. конф. "Моделирование, вычисления, проектирование в условиях неопределенности - 2000". Уфа, 2000. С. 47–57.
- [9] АФАНАСЬЕВ К.Е., КОРОТКОВ Г.Г., ДОЛАЕВ Р.Р. Разработка пакета прикладных программ "AKORD" для решения задач со свободными границами // Вычислит. технологии. 2000. Т. 5, № 1. С. 5–18.
- [10] АФАНАСЬЕВ К.Е., САМОЙЛОВА Т.И. Техника использования метода граничных элементов в задачах со свободными границами // Вычислит. технологии. 1995, вып. 7, № 11. С. 19–37.
- [11] АФАНАСЬЕВ К.Е., СТУКОЛОВ С.В. Моделирование опрокидывающихся волн методом комплексных граничных элементов // Тр. VI научной школы "Гидродинамика больших скоростей". Чуваш. гос. ун-т им. И.Н. Ульянова. Чебоксары, 1996. С. 11–17.
- [12] АФАНАСЬЕВ К.Е., СТУКОЛОВ С.В. Накат уединенной волны на наклонный берег // Вестник Омского ун-та, Омск, 1998. № 3. С. 9–12.
- [13] АФАНАСЬЕВ К.Е., СТУКОЛОВ С.В. Численное моделирование взаимодействий уединенных волн с препятствиями // Вычислит. технологии. 1999. Т. 4, № 3. С. 3–16.
- [14] АФАНАСЬЕВ К.Е., СТУКОЛОВ С.В. О наличии трех решений при обтекании препятствий сверхкритическим установившимся потоком тяжелой жидкости // Прикл. мех. и техн. физика. 1999. Т. 40, № 1. С. 27–35.
- [15] АФАНАСЬЕВ К.Е., СТУКОЛОВ С.В. Циркуляционное обтекание профилей стационарным плоскопараллельным потоком тяжелой жидкости конечной глубины со свободной поверхностью // Прикл. мех. и техн. физика. 2000. Т. 41, № 3. С. 101–110.

- [16] АФАНАСЬЕВ К.Е., Стуколов С.В. Численное моделирование взаимо-действий уединенных волн с под-водным прямоугольным уступом // Вестник КемГУ, серия Математика. Изд-во ООО "ЮНИТИ". Кемерово, 2000. Т. 4. С. 117–123.
- [17] ГРИГОРЬЕВА И.В. Исследование эволюции пространственного газового пузыря в идеальной несжимаемой жидкости // Вестник КемГУ, серия Математика. Изд-во ООО "ЮНИТИ". Кемерово, 2000. Т. 4. С. 123–128.
- [18] ГРИГОРЬЕВА И.В. Особенности численного решения пространственных задач динамики идеальной несжимаемой жидкости методом граничных элементов // Тр. межд. науч. конф. "Моделирование, вычисления, проектирование в условиях неопределенности - 2000". Уфа, 2000. С. 176–180.
- [19] ГРИГОРЬЕВА И.В., Гудов А.М. Препроцессор для расчета пространственных задач со свободной поверхностью // Вычислит. технологии. 1999. Т. 4, № 6. С. 68–76.
- [20] Гудов А.М. Численное моделирование взаимодействия пузыря с различными типами границ в жидкости // Автореф. дис. ...канд. физ.-мат. наук. Кемерово, 1995. 24 с.
- [21] Гудов А.М. Численное исследование явлений на поверхности воды при схлопывании газовой полости // Вычислит. технологии. 1997. Т. 2, № 4. С. 49–59.
- [22] Гудов А.М., Иванов Е.В. Об одной объектной модели построения WWW-сервера. Мат. научно-практической конф. "Информационные недра Кузбасса", Изд-во "Полиграф". Кемерово, 2001. С. 153–157.
- [23] Коротков Г.Г. Численное исследование обтекания препятствий потоком завихренной жидкости со свободными границами // Тр. математического центра им. Н.И. Лобачевского, Изд. "ДАС". Казань, 2000. Т. 7. С. 164–168.
- [24] Коротков Г.Г., Стуколов С.В. Пакет прикладных программ для волновых задач гидродинамики. Материалы Всероссийской молодежной научной школы-конференции по мат. моделированию, геометрии и алгебре/ Казань: Изд-во Казанского мат. общества. 1998. С. 71–79.
- [25] Сидякин Е.В., Стуколов С.В. Расчет нагрузок на гидротехнические сооружения от прибойных волн. Вестник КемГУ, серия Математика. Изд-во ООО "ЮНИТИ". Кемерово, 2000. Т. 4. С. 134–140.
- [26] Стуколов С.В. Численное моделирование уединенных стационарных волн на поверхности жидкости конечной глубины // Сб. науч. трудов "Математические проблемы механики сплошных сред" / Изд-во ин-та гидродинамики СО РАН. 1999. Т. 114. С. 129–134.
- [27] Стуколов С.В. Решение нелинейных волновых задач гидродинамики идеальной жидкости комплексным методом граничных элементов // Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Кемерово, 1999. 26 с.